ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 JANVIER 1918.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** donne lecture du décret suivant :

Le Président de la République française,

Sur le rapport du Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts,
Vu l'arrêté consulaire du 3 pluviôse an XI;
Vu les ordonnances des 21 mars et 5 mai 1816;
Vu la délibération de l'Académie des Sciences en date du 14 janvier 1918 relative à la création, à côté de la division des Académiciens libres, d'une division de six membres répondant au titre suivant : *Application de la Science à l'Industrie* et qui jouiront des mêmes prérogatives que les Académiciens libres, sans qu'aucune condition de résidence leur soit imposée,

Décrète :

Article premier. — Est créée, aux conditions indiquées dans la délibération susvisée du 14 janvier 1918, une division de six membres de l'Académie des Sciences répondant au titre suivant : *Application de la Science à l'Industrie*.

Art. 2. — Le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts est chargé de l'exécution du présent décret.

Fait à Paris, le 23 janvier 1918. Signé : R. Poincaré.

Par le Président de la République :
Le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts,
Signé : L. Lafferre.

Après la lecture du décret, M. le Secrétaire perpétuel croit devoir rappeler que, dans la pensée de l'Académie, la division nouvelle est réservée aux industriels qui ont fait dans leur industrie œuvre scientifique, et qui de plus ont indiqué les résultats de leurs travaux dans des publications auxquelles ils puissent renvoyer.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la détermination expérimentale et les applications du vecteur représentant les effets de la réaction directe d'armature et des fuites dans les alternateurs.* Note [1] de M. **André Blondel.**

J'ai déjà signalé à diverses reprises [2] l'utilité des caractéristiques expérimentales obtenues en relevant, sous un voltage aux bornes constant U, la courbe des ampères-tours d'excitation (ni) en fonction des ampères du courant déwatté I_d débité par un alternateur sur circuit purement inductif. En relevant une série de ces courbes pour divers voltages U_1, U_2, U_3, etc. plus petits que le voltage normal, on peut obtenir (*fig.* 1) un réseau de lignes, entre lesquelles on pourra facilement tracer des courbes intermédiaires par simple interpolation graphique. Chacune de ces courbes représente en abscisses l'excitation nécessaire pour :

1° Produire dans le fer de l'induit et suivant l'axe des pôles un flux qui correspond au voltage indiqué;

2° Compenser en outre les effets des courants induits, savoir :

a. Les contre-ampères-tours induits;

b. L'augmentation de chute de potentiel magnétique dans l'entrefer par suite des fuites de l'induit f_3 et f_2, qui exigent un flux supplémentaire dans l'entrefer;

c. La chute de potentiel magnétique supplémentaire dans la carcasse inductrice par suite de l'augmentation des fuites f_1 et f_2.

Je me propose d'abord d'indiquer les corrections que comporte l'emploi de ces courbes.

---

(1) Séance du 31 décembre 1917.

(2) Cf. A. Blondel, *Théorie empirique des alternateurs* (*L'Industrie électrique*, novembre 1899). Voir aussi ma Note *On the Tests of alternators* (*International Electrical Congress, Saint-Louis*, 1904, vol. 1, p. 620-634), reproduite dans mon livre *Synchronous Motors and converters*, Mac Graw Hill Book Company, New-York, 1913, p. 270.

Une fois l'épure de la figure 1 obtenue par expériences, supposons que l'alternateur débite son courant sur un circuit extérieur produisant un décalage de phase quelconque $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$, et appliquons le diagramme de la figure de ma précédente Note (¹) à la détermination des ampères-tours de l'inducteur, d'après la connaissance de la force électromotrice induite ou *intérieure* $U_1 = \overline{ON}$ et du courant déwatté $I_d = \overline{QP}$. Les ampères-tours correspondant à ON ne se lisent en $\overline{N'P'}$, et les ampères-tours correspondant à la composante déwattée du courant se lisent en $\overline{P'Q'}$, et c'est aux ampères-tours *totaux* $\overline{N'Q'}$ qu'on applique la construction des fuites et des flux, etc.

Or, quand on a construit les courbes en débit déwatté à tension constante, le point P′ a été remplacé par le point P″ qui se trouve à la rencontre de la même horizontale avec la caractéristique ordinaire de l'induit seul OX (p. 1093); les ampères-tours indiqués par la courbe à potentiel constant pour vaincre la réluctance de l'induit sont seulement $\overline{N'P''}$ au lieu de $\overline{N'P'}$. Quand donc on a mesuré sur la courbe à potentiel constant ($U = \overline{ON}$) la valeur des ampères-tours d'excitation $\overline{N'P''}$ correspondant au courant déwatté $\overline{PQ}$, il faut ajouter les ampères-tours du segment $\overline{P''P'}$.

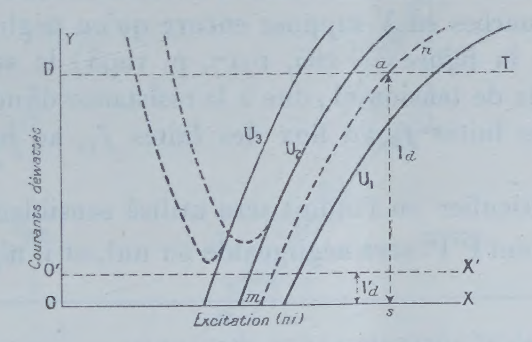


Fig. 1. — Réseau des courbes d'excitation en débit déwatté sous potentiels constants.

L'épure de la figure 1 permet de faire très facilement cette addition quand on connaît $\overline{P''P'}$ et $\overline{P'Q'}$. Il suffit en effet de remonter l'axe horizontal des ampères-tours en O′X′, en prenant

$$OO' = I'_d = \frac{\overline{P''P'}}{\overline{P'Q'}} I_d$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1092.

et de compter à partir de O′X′ les ampères-tours déwattés réellement débités dans le circuit extérieur. Cette correction exige seulement qu'on ait déterminé par un calcul préalable la caractéristique de l'induit seul et le coefficient K d'ampères-tours du bobinage de l'induit.

Au lieu de tracer le réseau de courbes en faisant débiter l'alternateur sur self-inductances pures, on peut le tracer également en faisant fonctionner à vide l'alternateur comme *moteur* synchrone, alimenté à potentiel constant, sous différents voltages constants, U_1, U_2, U_3, et en traçant une série de courbes en V réduites aux branches du V correspondant à des surexcitations (*fig.* 1). Mais il convient de remarquer que les courbes en V sont perturbées par une certaine composante de courant watté qui fournit l'énergie nécessaire pour compenser les frottements et les pertes; il en résulte que la courbe U, par exemple, ne descend pas jusqu'à l'axe OX, mais se relève au-dessus de OX comme l'indique le tracé pointillé. Mais on peut toujours par une correction facile [1] en déduire la courbe U_3 théorique, c'est-à-dire *sans* dépense d'énergie, ou même obtenir directement son tracé en entraînant l'alternateur par un petit moteur à courant continu fournissant le travail nécessaire pour vaincre les pertes à vide, et préalablement réglé dans ce but. Le réseau électrique d'alimentation n'a plus alors à fournir qu'une énergie négligeable répondant seulement à l'augmentation des pertes ohmiques et autres sous l'action du débit déwatté.

L'emploi des courbes en V suppose encore qu'on néglige dans le petit triangle ABC de la figure (t. 165, 1917, p. 1093) le segment A*b* qui représente la chute de tension rI_d due à la résistance d'induit [2] et qu'on ajoute le flux des fuites f_3 au flux des fuites f_2, au lieu de le porter en BC [3].

Dans le cas particulier où l'induit sera utilisé sensiblement au-dessous du coude, le segment $\overline{P'P''}$ sera négligeable ou nul, et il n'y aura alors pas

---

(1) Cf. *On the Tests of alternators* (*loco citato ante*).

(2) Il convient d'ailleurs de remarquer que : 1° la chute ohmique rI_d, très faible relativement, se trouve en quadrature avec la force électromotrice correspondant à la réaction du courant déwatté; 2° la présence du vecteur rI_d, qu'on néglige, se traduit physiquement par un léger décalage transversal du courant d'induit qu'on est censé mesurer en opposition complète par rapport au flux inducteur; ce décalage est très faible quand on fait l'expérience sous le voltage normal aux bornes; elle n'est à prendre en considération que dans les mesures en court circuit dont il n'est pas question ici.

(3) Étant donné que les fuites f_3 sont, en pratique, extrêmement faibles (de l'ordre de 1 à 3 pour 100 du flux utile dans l'induit), cette simplification, très commode pour le calcul, n'entraîne aucune erreur appréciable, au degré d'approximation utile.

lieu de faire la correction remontant l'axe OX du réseau des courbes de courant déwatté de la figure 2; l'emploi de ces dernières se trouvera donc encore simplifié.

Applications. — La connaissance expérimentale des courbes de la figure 1 donne la solution immédiate des problèmes pratiques suivants (*fig.* 2, 3, 4) :

1° *Calcul de l'excitation nécessaire pour un débit* I *donné.* — Une fois qu'on a obtenu sur le diagramme fondamental la force électromotrice intérieure O*n* et le courant déwatté PQ, on aura par interpolation sur la figure 1 une courbe *mn* à potentiel constant correspondant au potentiel ON. On trace l'axe horizontal O′X′ à la distance I'_d représentant les contre-ampères-tours égaux à P″P′, puis on tracera une droite horizontale DT à une hauteur supplémentaire $O'D = I_d = PQ$; le point de rencontre *a* de cette ligne droite avec *mn* déterminera par son abscisse les ampères-tours totaux d'excitation nécessaire O*s*.

2° *Détermination de l'angle de décalage interne* ψ. — On peut opérer graphiquement de la manière qu'indique le schéma de la figure 2 déduite du diagramme; soient OP le vecteur représentant l'intensité I; OD le vecteur

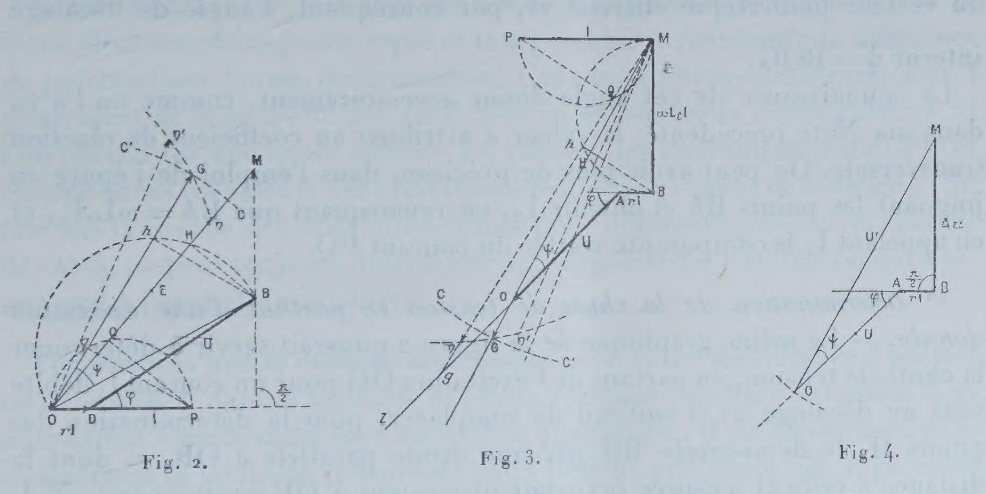


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4.

de la chute de tension ohmique rI; DB le vecteur de la tension aux bornes quand le courant I est débité sous l'angle de décalage φ; $\overline{OB}$ représente la résultante de rI et de U.

Traçons deux demi-cercles ayant respectivement comme diamètre OP et OB, et supposons que l'on trace, suivant OM, la direction du vecteur de

la force électromotrice joubertique inconnue $E = \overline{OM}$; le point Q où ce vecteur rencontre le premier cercle détermine immédiatement la composante déwattée PQ du courant, tandis que le point H de rencontre avec le second cercle donne en OH la force électromotrice interne réelle e (en supposant, pour simplifier, comme on l'a dit plus haut, que le flux f_3 des fuites du bobinage hors des encoches est ajouté aux fuites f_2 subies par le flux inducteur à l'entrée de l'induit [1]). Portons suivant $O\eta$, à une échelle quelconque choisie arbitrairement, les ampères-tours totaux nécessaires pour produire cette force électromotrice OH et pour compenser les contre-ampères-tours déwattés PQ d'après les résultats obtenus par expérience au moyen d'une épure telle que celle de la figure 1; et soit CGC′ un cercle décrit autour de O avec un rayon égal aux ampères-tours réellement mesurés, lorsque l'alternateur débite le régime considéré.

La grandeur $O\eta$ obtenue sera, en général, différente de OG; si l'on fait varier la direction OM de la force électromotrice joubertique, on trouvera pour chaque position une valeur calculée différente pour ces ampères-tours totaux, et l'on pourra, en portant sur chaque rayon vecteur la valeur de ces ampères-tours, tracer une courbe polaire telle que $\eta\eta'$. Le point de rencontre de cette courbe avec le cercle CC′ déterminera la position réelle OG du vecteur joubertique cherché et, par conséquent, l'angle de décalage interne $\psi = \widehat{BOG}$.

La connaissance de cet angle donne accessoirement, comme on l'a vu dans ma Note précédente, la valeur à attribuer au coefficient de réaction transversale. On peut avoir plus de précision dans l'emploi de l'épure en joignant les points Bh et obtenir L_t, en remarquant que $Bh = \omega L_t I_w$, et en appelant I_w la composante wattée du courant PQ.

3° *Détermination de la chute de tension en partant d'une excitation donnée.* — Le même graphique de la figure 2 pourrait servir à déterminer la chute de tension, en partant de l'excitation OG pour un courant I, débité sous un décalage φ; il suffirait de remplacer, pour la détermination des points H, le demi-cercle BH par une droite parallèle à OB, et dont la distance à celle-ci mesurée perpendiculairement à OB serait égale à $\omega L_t I$.

Mais la construction pourra se faire sur une forme plus pratique et

---

[1] Dans le cas contraire, on pourrait, comme dans le diagramme, représenter la force électromotrice des fuites f_3 par un vecteur BC et tracer le cercle sur OC comme diamètre, au lieu de OB.

encore au moyen de cercles sous la forme représentée par la figure 3, dans laquelle AB représente la chute ohmique rI, parallèle au vecteur du courant PM; dans laquelle on a porté, d'autre part, MB = $\omega L_t I$, en supposant L_t connue par des mesures préalables.

Le décalage extérieur φ étant une donnée ainsi que rI, on trace, suivant AZ, la direction du vecteur de la tension aux bornes cherchée U; sur PM et sur MB comme diamètres on construit deux cercles et par M on trace de nouveau des rayons vecteurs représentant en direction le vecteur de la force électromotrice joubertique, MO par exemple, et en grandeur les ampères-tours d'excitation totaux.

Pour toute direction du vecteur joubertique $M\eta$, la composante déwattée du courant est représentée par PQ et la force électromotrice interne définie plus haut par gh; on connaît donc par l'épure du genre de la figure 1 l'excitation nécessaire totale, qu'on porte (à une échelle qui est peut-être différente) suivant Mg. En recommençant le calcul pour différentes positions angulaires, on obtient encore une courbe telle que $\eta G \eta'$; le point de rencontre avec un cercle CC', dont le rayon MG représente l'excitation de l'alternateur, détermine l'orientation réelle de la force électromotrice joubertique.

L'intersection O de GM avec AZ donne, d'autre part, la valeur MO de la force électromotrice joubertique et le segment OA représente la différence de potentiel aux bornes de la machine. Ces constructions des figures 2 et 3 pourraient se faire d'ailleurs aussi bien en coordonnées rectangulaires, si l'on portait sur une épure séparée les valeurs des courants déwattés PQ et en ordonnées les valeurs des excitations déduites de l'épure de la figure 1 [1]; une fois la courbe des excitations tracée pour différentes valeurs du courant déwatté, on peut toujours déterminer sur cette courbe l'excitation qui correspond à l'excitation existante.

Comparaison avec la méthode américaine. — L'épure de la figure 3 permet de déterminer, dans la méthode des deux réactions, la chute de tension d'un alternateur fonctionnant sous un régime quelconque. Il est intéressant de la comparer à la méthode préconisée par l'Institut américain des Ingénieurs américains dans ses Règles normales récemment publiées [2].

---

[1] Dans les figures 2 et 3 qui ne sont que des schémas, on ne s'est pas astreint à faire coïncider les échelles et les dimensions avec celles de la figure 1 qui est également schématique.

[2] *Standardization Rules*, Edition of october 1916, art. 585.

Comme le montre la figure 3, la méthode américaine, qui est un perfectionnement très notable de l'ancienne méthode de M. Behn-Eschenburg, consiste dans une simple composition de vecteurs de forces électromotrices. Ayant tracé le vecteur $rI = AB$ et la direction AO du vecteur U sous l'angle de décalage φ donné, on porte suivant BM la chute de force électromotrice constatée sur l'alternateur quand il débite le même courant I en régime purement déwatté; on connaît d'autre part la force électromotrice à circuit ouvert U′ correspondant à l'excitation totale. Du point M on trace un cercle ayant comme rayon $MO = U'$. Par son intersection avec la droite AO, on obtient la longueur cherchée AO représentant la tension aux bornes inconnue.

Cette méthode, qui peut être souvent suffisante pour la pratique et qui est d'un emploi commode, a l'inconvénient qu'elle ne distingue pas entre la réaction directe et la réaction transversale. Comme elle exige un tracé des caractéristiques en courant déwatté pur pour différents débits, elle a besoin des mêmes données que la méthode représentée par la figure 3 à l'exception de la fluxance; mais comme le tracé de la figure 2 nous permet de déterminer au besoin la fluxance, et que nous pouvons connaître celle-ci plus complètement par la méthode stroboscopique exposée dans la précédente Note, on voit qu'il n'y a pas besoin d'un grand effort supplémentaire pour appliquer la méthode plus rigoureuse représentée par le schéma de la figure 3 [1].

HYDRAULIQUE. — *Sur le coup de bélier dans une conduite forcée à parois d'épaisseur variable, dans le cas d'une fermeture progressive.* Note [2] de M. DE SPARRE.

Je suppose, comme dans mes Communications des 30 avril et 22 octobre 1917, dont je conserve toutes les notations, une conduite formée de trois

---

[1] Au lieu de tracer les courbes en v ou les courbes d'excitation à potentiel constant, l'Institut des Ingénieurs américains préconise le tracé des courbes de voltage à intensité déwattée constante, courbes qui ont été considérées aussi autrefois par Potier et par moi-même; mais il est très facile de passer de l'un des réseaux à l'autre.

Le réseau que nous proposons dans la figure 1 a l'avantage qu'il peut se déduire directement des courbes en v des moteurs et que le tracé en est toujours limité au voltage utile; tandis que les courbes à intensité déwattée constante sont complètement inutiles, en général, dans leur partie inférieure, au-dessous d'un certain voltage.

[2] Séance du 21 janvier 1918.

sections de longueurs l, l', l'' et pour lesquelles les vitesses de propagation sont a, a', a''; la durée de propagation étant la même pour les trois sections, de sorte que l'on a

$$\theta = \frac{2l}{a} = \frac{2l'}{a'} = \frac{2l''}{a''}.$$

Les trois sections ont même diamètre, et la vitesse de propagation varie seule d'une section à la suivante. Je désigne par L la longueur totale de la conduite, par a_1 la vitesse de propagation moyenne et par Θ la durée de propagation pour la conduite totale, de sorte que l'on a

$$\Theta = 3\theta, \qquad \mathrm{L} = l + l' + l'', \qquad a_1 = \frac{2\mathrm{L}}{\Theta} = \frac{a + a' + a''}{3}.$$

Je pose d'ailleurs, comme dans ma Communication du 22 octobre,

$$a' = a(1 - \varepsilon), \qquad a'' = a'(1 - \eta)$$

et aussi (¹)

$$\rho_1 = \frac{a_1 v_1}{2 g y_0}.$$

Je suppose de plus ε et η assez petits et la chute assez haute (²) pour que l'on puisse négliger les termes du second degré en ε, η et ρ_1, là où ils ne sont multipliés ni par y_0 ni par n, n désignant le nombre des oscillations de l'eau que nous supposons pouvoir prendre une valeur importante. On aura alors, avec l'approximation indiquée,

$$a = a_1\left(1 + \frac{2\varepsilon + \eta}{3}\right), \qquad \rho = \rho_1\left(1 + \frac{2\varepsilon + \eta}{3}\right) \quad (^3).$$

Si alors dans la valeur de ξ_M donnée dans ma Communication du 22 octobre (⁴) on remplace a par sa valeur en fonction de a_1, on aura, avec l'approximation convenue,

$$\xi_M = \frac{a_1 v_0}{g}\left(\frac{5}{3} + \frac{5\varepsilon + 3\eta}{9}\right).$$

(¹) v_1, y_0 et g étant la vitesse régime pour le distributeur complètement ouvert, la hauteur de chute et la gravité.

(²) C'est surtout pour les hautes chutes que la variation de l'épaisseur des parois est importante.

(³) Nous posons toujours

$$\rho = \frac{a v_1}{2 g y_0}.$$

(⁴) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 535.

Or $\frac{a_1 v_0}{g}$ est la valeur du coup de bélier pour une conduite d'épaisseur constante lorsqu'on remplace la vitesse de propagation par sa valeur moyenne. Donc la variation de l'épaisseur des parois augmenterait le coup de bélier de plus de 66 pour 100.

C'est toutefois là un phénomène qui ne se présentera que dans le cas d'une fermeture complète dans un temps très court [1].

Dans ce qui va suivre, je vais montrer qu'au contraire, si l'on suppose une vitesse de fermeture constante telle que la fermeture totale ne puisse avoir lieu en un temps inférieur à celui d'une oscillation totale Θ, le coup de bélier maximum sera égal à celui qu'on obtient en supposant une vitesse de propagation constante et égale à sa valeur moyenne a_1.

On reconnaît d'abord que, dans l'hypothèse où nous nous plaçons, le coup de bélier, pour une vitesse de fermeture constante donnée, sera maximum si l'ouverture initiale est telle que la fermeture complète ait lieu en un temps $\Theta = 3\theta$ [2].

Si alors nous nous bornons à considérer les coups de bélier en fin de périodes de durée θ, nous aurons, en conservant toujours les notations de mes Communications précédentes et désignant par b une constante,

$$\lambda_0 = 3b\theta, \quad \lambda'_1 = 2b\theta, \quad \lambda'_2 = b\theta, \quad \lambda'_3 = \lambda'_4 = \ldots = \lambda'_n = 0.$$

Les formules de ma Communication du 30 avril 1917 [3] donneront ensuite, en se bornant à l'approximation convenue,

$$\xi'_1 = 2\rho_1 y_0 b\theta\left(1 - 2\rho_1 b\theta + \frac{2\varepsilon + \eta}{3}\right) \quad (^4),$$

$$\xi'_2 = 2\rho_1 y_0 b\theta\left(2 - 2\rho_1 b\theta + \frac{\varepsilon + 2\eta}{3}\right),$$

$$\xi'_3 = 6\rho_1 y_0 b\theta,$$

$$\xi'_4 = 2\rho_1 y_0 b\theta\left(1 - \frac{7\varepsilon}{3} - \frac{5\eta}{3} + 4\rho_1 b\theta\right),$$

$$\xi'_5 = -2\rho_1 y_0 b\theta\left(1 - 4\rho_1 b\theta + \frac{5\varepsilon}{3} + \frac{7\eta}{3}\right).$$

---

(1) Au plus égal à $\frac{\Theta}{3} = \theta$.

(2) C'est un point sur lequel je me propose de revenir.

(3) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 683.

(4) On a, en effet, avec l'approximation admise

$$\alpha = 1 - \varepsilon, \qquad \beta = 1 - \eta$$

La valeur de ξ'_3 montre d'abord que le coup de bélier, au moment de la fermeture totale, est le même que si la vitesse de propagation était constante pour toute la conduite et égal à sa valeur moyenne a_1. Le coup de bélier, à la fin des périodes suivantes, sera fourni par la formule de ma Communication du 30 avril où l'on doit faire $h = 5$.

On a ainsi

$$\xi'_{n+4} = (-1)^{n-1}\left[-\xi'_4 + (\xi'_5 + \xi'_4)\frac{\sin(n+1)\frac{\lambda}{2}\sin n\frac{\lambda}{2}}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}} + (\xi'_4 + \xi'_3)\frac{\sin n\frac{\lambda}{2}\sin(n-1)\frac{\lambda}{2}}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}}\right].$$

Ce qui, en tenant compte de la valeur de λ et se bornant à l'approximation admise, pourra s'écrire

$$\xi'_{n+4} = (-1)^{n-1}\left[A - B\cos(2n-1)\frac{\lambda}{2} + C\sin(2n-1)\frac{\lambda}{2}\right],$$

où l'on a posé, toutes réductions faites,

$$A = \frac{2}{3}\rho_1 y_0 b\theta\left(1 + \frac{4\varepsilon}{3}\right),$$

$$B = \frac{16}{3}\rho_1 y_0 b\theta\left(1 - \frac{\varepsilon}{6}\right),$$

$$C = \frac{16}{\sqrt{3}}\rho_1 y_0 b\theta\left(\rho_1 b\theta - \frac{\varepsilon + \eta}{2}\right).$$

Si nous posons maintenant

$$\varphi = \sqrt{3}\left(\rho_1 b\theta - \frac{\varepsilon + \eta}{2}\right),$$

d'où l'on déduit avec l'approximation admise

$$\sin\varphi = \varphi, \qquad \cos\varphi = 1,$$

---

et

$$m = \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1 = \frac{\varepsilon + \eta}{2}, \qquad 1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} = \frac{\eta - \varepsilon}{2}.$$

La formule

$$\cos\lambda = \frac{m-1}{2}$$

donne ensuite

$$\cos\frac{\lambda}{2} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\eta + \varepsilon}{4}\right), \qquad \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\varepsilon + \eta}{4\sqrt{3}}.$$

et si de plus nous posons

$$u = \frac{\varepsilon + \eta}{4\sqrt{3}},$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{3} - u, \qquad \varphi = \rho_1 b\theta\sqrt{3} - 6u,$$

nous aurons

$$\xi'_{n+4} = (-1)^{n-1}\frac{2}{3}\rho_1 y_0 b\theta\left\{1 + \frac{4\varepsilon}{3} - 8\left(1 - \frac{\varepsilon}{6}\right)\cos\left[(2n-1)\frac{\pi}{3} + \rho_1 b\theta\sqrt{3} - (2n+5)u\right]\right\},$$

formule qui montre que la valeur absolue maxima du coup de bélier, qui a lieu lorsque le cosinus est égal à -1, a la valeur $6\rho_1 y_0 b\theta$, qui est celle qu'on aurait obtenue en supposant la vitesse de propagation constante et égale à sa valeur moyenne a_1.

En revanche, il se produit, ainsi que MM. Camichel et Eydoux l'ont constaté dans leurs expériences, un décalage.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'une commission qui sera chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Gosselet*.

Cette commission doit comprendre M. le Président de l'Académie, président, et six membres élus, savoir : deux Membres de la Division des Sciences mathématiques, deux Membres de la Division des Sciences physiques, deux Membres non résidants.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 41 :

MM. **Émile Picard** et **B. Baillaud**, pour les Sciences mathématiques; MM. **Guignard** et **Termier**, pour les Sciences physiques; MM. **Sabatier** et **Depéret**, Membres non résidants, réunissent la majorité absolue des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce la mort du général *Zaboudski*, Correspondant de l'Académie pour la Section de Mécanique, qui a été assassiné au commencement de mars 1917, sur le pont Litiénich, à Pétrograd.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines sommes abéliennes d'intégrales doubles.* Note de M. A. BUHL.

Je voudrais transporter dans le domaine analytique le plus général des résultats que j'ai déjà développés, sur des problèmes particuliers, dans le domaine géométrique.

Soit l'intégrale double

$$\iint \Psi(X, Y, Z)\, dX\, dY \tag{1}$$

attachée à la surface *analytique* $F(X, Y, Z) = 0$, le domaine d'intégration ayant une frontière fermée C tracée sur F. Par l'origine O et par l'élément de surface F qui se projette en $dX\,dY$, on peut mener un cône infiniment délié coupant une autre surface $f(x, y, z) = 0$ suivant un élément de projection $dx\,dy$.

Alors (1) peut se remplacer par l'intégrale

$$\iint \frac{\Psi(X, Y, Z)}{\rho^3} \frac{F_Z}{XF_X + YF_Y + ZF_Z} \frac{xf_x + yf_y + zf_z}{f_z}\, dx\, dy, \tag{2}$$

où il faut poser

$$X = \frac{x}{\rho}, \qquad Y = \frac{y}{\rho}, \qquad Z = \frac{z}{\rho},$$

si

$$F\left(\frac{x}{\rho}, \frac{y}{\rho}, \frac{z}{\rho}\right) = 0.$$

L'intégrale (2) *est invariable pour toutes les cloisons f tendues dans le cône* OG.

Bien que cette assertion soit d'origine intuitive et élémentaire, il semble qu'il y ait là une invariance de (2) encore très incomplètement utilisée. Je vais la combiner avec le théorème d'Abel.

Soit donc F une surface *algébrique* d'ordre m et $\Psi(X, Y, Z)$ rationnel.

Bien que le raisonnement précédent ait été fait, pour simplifier, dans l'espace réel, il est encore vrai dans le champ bicomplexe et alors (1) est l'intégrale double algébrique quelconque.

Le cône OC détermine maintenant sur F des cloisons d'indices 1, 2, ..., m. Considérons la somme abélienne

$$\sum \iint \Psi(X_i, Y_i, Z_i)\, dX_i\, dY_i. \tag{3}$$

En exprimant chacun de ses m termes sous la forme (2), elle devient

$$(4) \qquad \iint \mathrm{R}(x, y, z)(x f_x + y f_y + z f_z) \frac{dx\,dy}{f_z},$$

où R est rationnel (et même homogène d'ordre -3).

Or f, *étant arbitraire*, peut être un plan ou, plus généralement, une *monoïde*. Alors (4) exprime (3) sous la forme

$$(5) \qquad \iint \mathrm{R}_1(x, y)\,dx\,dy.$$

Des égalités telles que celle de (3) et (5) doivent exister aussi, de par la nature générale du théorème d'Abel, en remplaçant par d'autres surfaces le cône intersecteur ici employé; mais ce qui me semble digne d'être noté, ce sont les résultats simples et complètement explicites donnés immédiatement par la méthode du cône.

La classification des sommes abéliennes (3) est évidemment la même que celle des intégrales rationnelles (5).

En posant

$$(6) \qquad \mathrm{R}(x, y, z) = \mathrm{F}_x + \mathrm{G}_y + \mathrm{H}_z, \qquad \mathrm{R}_1(x, y) = \mathrm{Q}_x - \mathrm{P}_y,$$

les intégrales (4) et (5) peuvent prendre respectivement les formes

$$(7) \qquad \int \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ x & y & z \\ \mathrm{F} & \mathrm{G} & \mathrm{H} \end{vmatrix}, \qquad \int \mathrm{P}\,dx + \mathrm{Q}\,dy$$

qui doivent identiquement coïncider si, dans la première, on introduit le z de la monoïde ci-dessus employée. La première forme (7) est déjà intervenue dans des sommes abéliennes d'origine géométrique étudiées d'abord par M. G. Humbert et ensuite par moi; dans les problèmes les plus intéressants et les plus fréquemment rencontrés, F, G, H sont rationnels et ils ne peuvent évidemment l'être que si P et Q le sont. Rechercher s'il en est ainsi revient donc à reconnaître si l'intégrale (5) est *de seconde espèce*, question complètement traitée par M. Émile Picard dans ses *Fonctions algébriques de deux variables* (t. 2, chap. VIII).

Enfin remarquons que le problème général de la construction rationnelle de (6_1) où $\mathrm{R}(x, y, z)$ est donné, indiqué par M. Picard (*loc. cit.*, p. 479), reçoit ici une solution partielle pour R homogène d'ordre -3; il se ramène alors à la construction rationnelle de (6_2). C'est un point qu'on pourrait établir non seulement par les considérations transcendantes qui précèdent, mais aussi par un raisonnement algébrique direct.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'itération des substitutions rationnelles à deux variables.* Note [1] de M. S. LATTÈS.

Soient $[x_1, y_1; R_1(x, y), R_2(x, y)]$ une substitution rationnelle Σ à deux variables, et s_1, s_2 les multiplicateurs relatifs à un point invariant quelconque. Si l'on veut étendre à Σ la méthode d'itération paramétrique établie dans ma précédente Note pour le cas d'une variable [2], il faut d'abord s'assurer s'il existe toujours un point invariant pour lequel $|s_1| > 1$ et $|s_2| > 1$.

En désignant par m_1, m_2 les degrés des dénominateurs de R_1, R_2 et en supposant les numérateurs de degrés m_1, m_2 au plus, on a

$$\sum\left(\frac{1}{1-s_1}+\frac{1}{1-s_2}\right)=m_1+m_2+2,$$

la sommation étant étendue aux divers points invariants : on peut en déduire qu'on ne peut pas avoir en *tous* les points invariants $|s_1| < 1$, $|s_3| < 1$. Nous nous limiterons aux substitutions pour lesquelles on est assuré de l'existence d'*au moins* un point invariant pour lequel $|s_1| > 1$, $|s_2| > 1$, en laissant en suspens la question de savoir s'il n'en serait pas ainsi en général pour toute substitution.

Soit donc $A(x_0, y_0)$ un tel point invariant. Nous distinguerons deux cas :

1° CAS (*a*) : $s_1 \neq s_2^\alpha$, $s_2 \neq s_1^\alpha$ (α entier arbitraire). — Dans le domaine de A, Σ peut être ramenée à la forme réduite [3]

$$u_1 = s_1 u, \qquad v_1 = s_2 v. \tag{1}$$

Envisageons le système fonctionnel

$$\left\{\begin{aligned}\psi(u_1, v_1) &= R_1[\psi(u, v), \chi(u, v)],\\ \chi(u_1, v_1) &= R_2[\psi(u, v), \chi(u, v)].\end{aligned}\right. \tag{2}$$

M. Picard a démontré [4] l'existence de deux fonctions méromorphes ψ, χ

---

[1] Séance du 21 janvier 1918.

[2] *Comptes rendus*, t. **166**, 1918, p. 26.

[3] Cf. S. LATTÈS, *Sur les formes réduites des transformations ponctuelles* (*Comptes rendus*, t. **152**, 1911, p. 1566; et *Bulletin de la Société mathématique*, t. **39**, 1911, p. 304).

[4] PICARD, *Sur certaines équations fonctionnelles*, etc. (*Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 5); *Sur une classe de transcendantes* (*Annales de l'École Normale*, 1913, p. 247).

vérifiant (2) et se réduisant à x_0, y_0 pour $u = v = 0$; elles peuvent s'obtenir d'ailleurs aussi par l'inversion du système des deux fonctions de Schrœder relatives à A, dans un domaine $|u| < \rho$, $|v| < \rho$, et on les étend ensuite à tout l'espace (u, v) à l'aide de (2).

2° Cas (a') : $s_1 = s_2^\alpha$ (α entier). — Dans le domaine A, Σ peut alors recevoir la forme réduite [1]

$$(3) \qquad u_1 = s_2^\alpha u - k v^\alpha, \qquad v_1 = s_2 v,$$

k prenant en outre la valeur 1 (cas général) ou la valeur 0. Le système (2) admet encore pour solution un système de deux fonctions méromorphes ψ, χ.

Dans les deux cas, les fonctions ψ, χ permettent d'effectuer l'itération paramétrique de Σ. Si l'on pose

$$(4) \qquad x = \psi(a, v), \qquad y = \chi(u, v)$$

et si l'on se donne x, y, on pourra en général calculer u, v.

Le système des deux fonctions méromorphes ψ, χ peut admettre des points exceptionnels (x, y) analogues aux points exceptionnels, au nombre de deux au plus, que fournit le théorème de M. Picard pour une fonction méromorphe d'une variable; par exemple, le système $x = e^u + e^v$, $y = e^u - e^v$ admet les deux *courbes de points exceptionnels* $x = y$, $x = -y$. Le conséquent d'un point exceptionnel est aussi exceptionnel. *Nous supposerons désormais que le point de départ* P *n'est pas exceptionnel pour le système* ψ, χ.

Le $n^{\text{ième}}$ conséquent P_n d'un point P est alors le point $\psi(u_n, v_n)$, $\chi(u_n, v_n)$ en désignant par (u_n, v_n) le $n^{\text{ième}}$ conséquent de (u, v) dans l'itération de (1) ou de (3). Or, pour ces substitutions réduites, on a de suite u_n, v_n en fonction de u, v, n : cela tient à ce que (1) et (3) définissent des groupes continus à deux paramètres s_1, s_2 ou s_2, k. Les mêmes formules fourniront, pour n négatif, *l'un* des antécédents P_{-n} de P : *pour n infini*, P_{-n} *tend en général vers* A.

Les courbes analytiques invariantes par Σ et passant par A peuvent être définies paramétriquement *dans tout leur domaine d'existence* en partant des équations (4) : pour le cas (a), ce sont les courbes $u = 0$ et $v = 0$.

Lorsque Σ est une transformation de Cremona C, un point P admet un seul P_n *et aussi* un seul P_{-n}. Si les multiplicateurs de C au point A sont

---

[1] S. Lattès, *loc. cit.*

s_1, s_2, ceux de C^{-1} sont s_1^{-1}, s_2^{-1}. Supposons que C admette un point invariant A ($|s_1|>1$, $|s_2|>1$) et aussi un point invariant A′ ($|s_1|<1$, $|s_2|<1$) : *pour n infini*, P_n *tendra vers* A′ *et* P_{-n} *tendra vers* A (¹); il en résulte qu'en tout autre point invariant, on a $|s_1|<1<|s_2|$. Il y a exception pour certains points P, points invariants, et pour les points de certaines courbes exceptionnelles invariantes par C.

Certains des résultats qui précèdent s'étendent immédiatement au cas d'un nombre quelconque de variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des problèmes concernant l'itération des fractions rationnelles.* Note de M. **Gaston Julia.**

Je signale d'abord que l'exemple $z_1=\frac{(z^2+1)^2}{4z(z^2-1)}=\varphi(z)$, donné par M. Lattès dans sa Note du 7 janvier 1918, est précisément un exemple du cas où l'ensemble parfait, que j'ai appelé E′ dans ma Note du 14 janvier, est identique au plan complet. On pose

$$z=p(u), \qquad z_1=p(2u), \qquad [g_2=4,\ g_3=0].$$

Tous les $u=2\omega(v+iw)$ pour lesquels v et w ont des développements *périodiques simples* dans le système de base 2, avec n chiffres à la période, sont tels que $2^n u\equiv u$ à une période près et correspondent à des racines de $z=z_n=\varphi_n(z)$ pour lesquelles $\varphi'_n(z)=2^n$. Ce sont des points de E. De même que les u en question sont denses dans tout le parallélogramme des périodes, E est dense dans tout le plan; E′ est identique au plan complet. *Un point-limite* ζ *des conséquents* $z_{n_1}, z_{n_2}, \ldots, z_{n_p}, \ldots$ *de* z *n'est fonction analytique de* z *dans aucune aire du plan des* z. Les singularités que signale M. Lattès paraissent ainsi moins étonnantes; nous sommes ici dans un cas très particulier. Signalons encore qu'il n'y a de racine de $z=\varphi_n(z)$ pour laquelle $|\varphi'_n(z)|\leqq 1$ pour *aucune valeur de n*.

Revenant au cas où E′ n'est pas identique à tout le plan et considérant une des régions R du plan délimitées par E′, si l'on envisage toutes les fonctions

(¹) Ainsi se trouve étendu un résultat bien connu relatif à l'itération de $z_1=\frac{az+b}{cz+d}$ (seule transformation de Cremona à 1 variable), dans le cas où les points doubles sont distincts et non imaginaires conjugués, seul cas où $|s|\neq 1$ pour chaque point double.

limites de la suite $\varphi(z)$, $\varphi_2(z)$, ..., $\varphi_n(z)$, ..., ou bien : (*a*) elles sont toutes constantes dans R, ou bien (*b*) il y en a une (et par suite une infinité) qui est une fonction analytique, non constante, dans R.

a. La première hypothèse se présente lorsque R contient à son intérieur une racine ζ de $z = \varphi_p(z)$ où $|\varphi'_p(z)| < 1$. On montre alors que cette racine ζ, et les $p-1$ racines qui forment avec elle un groupe circulaire $\zeta_1 = \varphi(\zeta)$, $\zeta_2 = \varphi(\zeta_1)$, ..., $\zeta_{p-1} = \varphi(\zeta_{p-2})$ sont chacune intérieure à une région R, R_1, ..., R_{p-1} [$R_1 = \varphi(R)$, $R_2 = \varphi(R_1)$, ...].

Dans chacune de ces p régions la suite des $\varphi_i(z)$ n'admet que p fonctions limites qui sont constantes et égales à ζ, ζ_1, ..., ζ_{p-1}. L'ensemble des p aires R, R_1, ..., R_{p-1} constitue le domaine restreint de convergence périodique vers le groupe ζ, ζ_1, ..., ζ_{p-1}. Remarquons qu'ici les constantes limites de la suite des $\varphi_i(z)$ *ne sont pas des points de* E'. Mais elles peuvent aussi bien l'être. Il suffit pour cela de considérer une racine ζ de $z = \varphi_p(z)$ pour laquelle $\varphi'_p(z) = e^{i\theta}$, θ *étant commensurable à* 2π; on montre que *c'est un point de* E' et aussi que dans toute une région R admettant ζ pour point frontière *la suite* $\varphi_p(z)$, $\varphi_{2p}(z)$, ..., $\varphi_{np}(z)$, ... *converge uniformément vers* ζ. Ceci correspond à la proposition suivante, facile à déduire des théorèmes de M. Montel : un point ζ, limite de conséquents z_{n_1}, z_{n_2}, ..., z_{n_k}, ... d'un point z n'appartenant pas à E', *ne peut être point de* E' *que si*, *dans toute la région* R *qui contient* z, *la suite* $\varphi_{n_1}(z)$, ..., $\varphi_{n_k}(z)$, ... *converge uniformément vers* ζ.

b. Supposons, avec la deuxième hypothèse, que, dans R, la suite $\varphi_{n_1}(z)$, $\varphi_{n_2}(z)$, ..., $\varphi_{n_k}(z)$, ... tende uniformément vers une fonction analytique *non constante* (¹). Il est clair que les itérées R_{n_1}, R_{n_2}, ..., R_{n_k}, ... de la région R seront, à partir d'un certain rang, toutes confondues, puisque $|z_{n_k} - z_{n_{k-1}}|$ tend vers zéro. Sans restreindre la généralité, on peut supposer qu'elles sont confondues avec R, et que, dès lors, R est conservée par la substitution $z_p = \varphi_p(z)$ (²), les indices n_1, n_2, ..., n_k, ... étant tous des multiples de l'indice p. On sait d'autre part que, quel que soit le domaine R, on peut trouver une fonction $Z = f(z)$, analytique en tout point z intérieur à R, prenant dans R toute valeur $|Z| < 1$ et ne la prenant qu'en un seul point intérieur à R : si R est simplement connexe, $Z = f(z)$ est uniforme dans R ; si R est multiplement connexe (et sa connexion est alors d'ordre infini), $Z = f(z)$ est multiforme, à une infinité de branches, et deux branches quel-

---

(¹) On voit alors que le point limite de la suite z_{n_1}, z_{n_2}, ..., z_{n_k}, ... ne saurait être point de E' lorsque z est intérieur à R (c'est-à-dire n'est pas de E').

(²) p sera le plus bas indice pour lequel $z_p = \varphi_p(z)$ conserve R.

conques de $f(z)$ sont liées par une relation linéaire (¹). Dans tous les cas, $z = F(Z)$ est analytique uniforme dans $|Z| < 1$. A un point z de R correspond un point Z dans $|Z| < 1$ si R est simplement connexe, et une infinité si R est multiplement connexe. Choisissons un des points Z correspondant à z et un des Z_p correspondant à $z_p = \varphi_p(z)$, dans une position initiale déterminée de z. Puis, Z décrivant tout le cercle $|Z| < 1$ à partir de sa position initiale, par prolongement analytique, z décrira tout R, ainsi que z_p, à partir de sa position initiale, et l'on suivra le Z_p correspondant à z_p par prolongement analytique. Z_p sera bien déterminé en tout point $|Z| < 1$; c'est une *fonction analytique uniforme* $Z_p(Z)$ (²) *dans tout le cercle* $|Z| < 1$. Inversement, $Z(Z_p)$ est une *fonction de* Z_p *analytique en tout point intérieur à* $|Z| < 1$, sauf un nombre fini de *points critiques algébriques* qui correspondent aux points critiques de la fonction inverse de $z_p = \varphi_p(z)$, dans la transformation $Z_p = f(z_p)$. On conclut aisément de là que $Z_p(Z)$ *est une fonction rationnelle qui conserve l'intérieur du cercle* $|Z| < 1$. Une telle fraction est bien connue (³).

L'étude des $z_{n_1}, z_{n_2}, \ldots, z_{n_k}, \ldots$ de la suite considérée revient à celle des $Z_{n_1}, Z_{n_2}, \ldots$. En particulier, si la suite $z_{n_1}, \ldots, z_{n_k}(z), \ldots$ tend, dans R, vers une fonction analytique $\psi(z)$, non constante, il faudra aussi que $Z_{n_1}, Z_{n_2}, \ldots, Z_{n_k}(Z), \ldots$ tende dans $|Z| < 1$ vers une fonction analytique $\Psi(Z)$, non constante; ceci n'est possible, d'après les propriétés de $Z_p(Z)$, que si $Z_p(Z)$ se réduit à $Ze^{i\theta}$, θ *étant incommensurable à* 2π. On en conclut, en revenant à R et à $z_p = \varphi_p(z)$, que R doit contenir à son intérieur une racine ζ de $z = \varphi_p(z)$ pour laquelle $\varphi'_p(z) = e^{i\theta}$. On a donc là *le seul cas où une suite* $\varphi_{n_1}, \varphi_{n_2}, \ldots$ *peut, dans* R, *tendre vers une fonction limite non constante.*

Par $Z = f(z)$, les environs de $z = \zeta$ sont représentés conformément sur les environs de $Z = 0$, et l'étude facile des fonctions limites de la suite des $Z_{np} = Ze^{ni\theta}$ $(p = 1, 2, \ldots, \infty)$ donne celle des fonctions limites possibles pour la suite des $\varphi_{np}(z)$, et par conséquent pour toute la suite des $\varphi_k(z)$. Mais je n'ai pas réussi jusqu'ici à décider si, réciproquement, les environs d'un point ζ racine de $z = \varphi_p(z)$ où $\varphi'_p(z) = e^{i\theta}$, θ étant incommensurable

---

(¹) L'ensemble de ces relations forme un groupe automorphe conservant l'intérieur du cercle $|Z| < 1$.

(²) Les autres branches de $Z_p = f(z_p)$ donnent naissance à des fonctions $Z_p(Z)$ qui sont des fonctions homographiques de la fonction $Z_p(Z)$ que nous venons de considérer.

(³) Voir Fatou, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 806.

à 2π, jouissent bien de la propriété précédente. Si cela se réalisait effectivement, un tel point ζ serait un *centre* pour l'itération de $z_p = \varphi_p(z)$ d'une nature analogue aux *centres* étudiés par Poincaré pour les équations différentielles du premier ordre : la substitution $z_p = \varphi_p(z)$ conserverait une infinité de courbes analytiques fermées entourant ζ et, sur chacune d'elles C, les conséquents $z_p, z_{2p}, \ldots, z_{np}, \ldots$ d'un point z arbitraire de la courbe C seraient partout denses sur C; l'équation fonctionnelle $\mathcal{F}[\varphi_p(z)] = \mathcal{F}(z).e^{i\theta}$ aurait alors une solution holomorphe $\mathcal{F}(z)$, nulle en ζ, et réciproquement, si une telle solution existe, ζ est un centre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les valeurs asymptotiques des fonctions méromorphes et les singularités transcendantes de leurs inverses.* Note [1] de M. **Félix Iversen**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit $w = f(z)$ une fonction méromorphe. Nous dirons que ω est une *valeur asymptotique* de cette fonction, s'il existe dans le plan des z un chemin continu allant à l'infini sur lequel $f(z)$ tend vers la limite ω. Comme l'a montré M. Hurwitz, les valeurs asymptotiques de $w = f(z)$ coïncident avec les affixes des points singuliers *transcendants* de la fonction inverse $z = \varphi(w)$. Dans un voisinage arbitrairement restreint d'un tel point se permutent toujours une infinité de branches de $\varphi(w)$.

Pour étudier le mécanisme par lequel s'opère cette permutation, il est avantageux d'introduire la surface de Riemann F à une infinité de feuillets attachée à la fonction $\varphi(w)$, et de découper de cette surface la partie qui est intérieure à un certain cercle c de centre ω. Cette partie se compose, en général, de plusieurs ou même d'une infinité de portions connexes distinctes, parmi lesquelles il s'en trouve nécessairement, quelque petit que soit c, au moins une F_Δ, comprenant un nombre infini de feuillets, puisque ω est un point transcendant de $\varphi(w)$. Désignons par $\varphi_\Delta(w)$ la branche ou *portion* de la fonction inverse $\varphi(w)$ appartenant à la surface F_Δ. L'ensemble des points $z = \varphi_\Delta(w)$, correspondant aux différents points de F_Δ, constitue un domaine connexe et simplement couvert, qui s'étend à l'infini et que nous désignerons par $\Delta_\omega(r)$, r étant le rayon du cercle c. A l'intérieur de ce domaine, on a $|f(z) - \omega| < r$, tandis que $|f(z) - \omega| = r$ en tout point de son contour.

---

[1] Séance du 21 janvier 1918.

2. En général, c découpera, de la surface F, plusieurs portions telles que F_Δ, et, en outre, une infinité de portions connexes qui se composent d'un nombre fini de feuillets. A chacune de ces dernières correspond une portion finie du plan des z, tandis que, à chaque portion F_Δ, correspond un domaine $\Delta_\omega(r)$ qui s'étend à l'infini. Le point ω est point transcendant pour chacune des portions $\varphi_\Delta(w)$ de la fonction $\varphi(w)$, appartenant respectivement aux différentes surfaces F_Δ.

Il est évident que le caractère que présente le point transcendant ω pour une portion donnée $\varphi_\Delta(w)$ dépend des propriétés de la fonction $f(z)$ dans le domaine correspondant $\Delta_\omega(r)$. On conçoit donc que, pour connaître d'une manière complète comment se comportent les différentes branches de la fonction inverse $\varphi(w)$ dans le voisinage du point ω, il est indispensable d'étudier la fonction $f(z)$ dans chaque domaine $\Delta_\omega(r)$ séparément, et qu'on ne peut espérer d'y arriver en n'invoquant que des propriétés de cette fonction qui se rapportent indistinctement à tout le plan.

3. Considérons une portion déterminée $\varphi_\Delta(w)$ de la fonction inverse et admettons qu'elle ne présente d'autres singularités transcendantes que le point ω.

Dans notre Thèse [1] nous avons donné une classification des points transcendants, en nous attachant aux trois cas essentiellement distincts qui peuvent se présenter :

1° Il peut d'abord arriver que, si l'on a choisi r suffisamment petit, toute branche de $\varphi_\Delta(w)$ tend vers l'infini lorsqu'on s'approche du point ω suivant un chemin quelconque ; dans ce cas nous avons appelé ω un point transcendant *directement critique* de $\varphi_\Delta(w)$.

2° Si, au contraire, toute branche de $\varphi_\Delta(w)$ prend une valeur finie au point ω lorsqu'on y arrive suivant un rayon arbitraire, le point transcendant ω est dit *indirectement critique*, ω est alors un point régulier ou algébrique pour toute branche de $\varphi_\Delta(w)$.

3° Dans tout autre cas, ω sera appelé point transcendant *directement et indirectement critique*.

Si le point ω est directement critique pour $\varphi_\Delta(w)$, l'équation

$$f(z) = \omega \tag{1}$$

---

[1] Voir notre Thèse *Recherches sur les fonctions inverses des fonctions méromorphes*, Helsingfors, 1914.

est dépourvue de racines dans le domaine correspondant $\Delta_\omega(r)$, dès que r est suffisamment petit, tandis que, dans les autres cas, elle y admettra toujours une infinité de racines.

4. Dans une Note récente [1], M. Rémoundos a tâché de classifier les points transcendants suivant un autre principe, en comparant entre eux le nombre $N_0(R)$ des racines de l'équation (1) intérieures au cercle $|z| \leq R$ et le nombre $N(R)$ des racines que présente dans le même cercle l'équation

$$f(z) = w, \tag{2}$$

w ayant une valeur quelconque distincte des valeurs asymptotiques de $f(z)$.

D'après ce qui a été dit au n° 2, il est cependant évident qu'on ne peut pas arriver par cette voie à connaître le caractère du point transcendant ω, sauf dans le cas où $N_0(R)$ reste fini quelque grand que soit R, et où l'on sait *a priori* que le point ω est directement critique pour toute portion $\varphi_\Delta(w)$ de la fonction inverse.

En effet, dans le cas où $N_0(R)$ tend vers l'infini avec R, il peut y avoir en même temps des domaines $\Delta_\omega(r)$ où l'équation (1) n'admet aucune racine et d'autres où elle en admet une infinité, de sorte que le point transcendant ω est directement critique pour certaines portions $\varphi_\Delta(w)$, tandis qu'il présente un caractère différent pour d'autres portions.

Ceci arrive par exemple pour la fonction très simple $e^{-z^4}\sin z$, qui admet $w = 0$ comme valeur asymptotique. En effet, si l'on a choisi r suffisamment petit, il existe pour cette fonction quatre domaines distincts $\Delta_0(r)$ qui s'étendent respectivement à l'infini dans les angles

$$\left|\arg z - \frac{n\pi}{2}\right| < \frac{\pi}{8} \qquad (n = 0, 1, 2, 3).$$

Dans le deuxième et le quatrième de ces domaines, la fonction considérée est dépourvue de zéros, d'où il résulte que le point $w = 0$ est directement critique pour les portions correspondantes $\varphi_\Delta(w)$ de la fonction inverse. Pour les portions $\varphi_\Delta(w)$ qui correspondent aux deux autres domaines $\Delta_0(r)$, dans lesquels la fonction donnée présente une infinité de racines, $w = 0$ est au contraire un point transcendant indirectement critique, ce qu'on démontre facilement par des considérations que nous développerons dans un autre travail.

---

[1] *Sur la classification des points transcendants des inverses des fonctions entières ou méromorphes* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 331).

5. Les résultats énoncés par M. Rémoundos au n° 5 de la Note citée reposent essentiellement sur les considérations qu'il a développées dans un Mémoire antérieur [1], et qui l'ont amené à ce résultat que toute valeur ω telle que la différence $N(R) - N_0(R)$ reste supérieure à un nombre positif n_0 à partir d'une certaine valeur de R serait nécessairement une valeur asymptotique pour la fonction donnée. La démonstration de M. Rémoundos s'appuie sur ce fait que, si l'on prolonge suivant un chemin allant du point w au point ω les branches de la fonction inverse $\varphi(w)$ correspondant aux différentes racines de l'équation (2) comprises dans le cercle $|z| \leqq R$, un certain nombre ($> n_0$) de ces branches doivent nécessairement tendre vers des points z extérieurs à ce cercle. Comme ceci a lieu quelque grand que soit R, M. Rémoundos en conclut qu'il doit y avoir des branches de $\varphi(w)$ qui tendent vers l'infini lorsqu'on s'approche du point ω.

C'est sans doute ce même raisonnement, dont l'insuffisance est manifeste, qui a amené M. Rémoundos au théorème II de sa dernière Note, suivant lequel, dans le cas où l'exposant de convergence des racines de l'équation (1) est inférieur à celui des racines d'une équation (2) quelconque, ω ne saurait être un point transcendant indirectement critique pour la fonction inverse. Or ce théorème est inexact, comme le montre la fonction très simple

$$w = e^z \prod_{n=1}^{\infty}\left(1 + \frac{z}{r_n}\right), \tag{3}$$

les r_n étant des nombres positifs quelconques tels que le produit canonique Π soit d'ordre inférieur à *un*. En effet, par des considérations que nous développerons dans le travail annoncé plus haut, on peut faire voir d'une manière très nette que, lorsque w tend vers la valeur asymptotique $\omega = 0$, pour laquelle sont vérifiées les conditions énoncées tout à l'heure, chaque branche de la fonction inverse $\varphi(w)$ tend vers l'un des zéros $-r_n$ de la fonction (3). Donc $w = 0$ est un point transcendant indirectement critique de $\varphi(w)$, et cela quelque petit que soit l'ordre du produit Π.

---

[1] *Sur les points critiques transcendants* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 2e série, t. 9, 1907).

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de* 1917. Note de M. J. **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 90 jours d'observation [1] dans ce trimestre, et l'on en déduit les principaux faits suivants :

Taches. — La production des taches a été très active : par rapport aux résultats précédents [2], en effet, le nombre des groupes a augmenté d'environ un quart (121 au lieu de 98) et l'aire tachée de presque les deux tiers (13898 millioniémes au lieu de 8461).

Le groupe le plus important du mois de juillet, à + 19° de latitude, a traversé le méridien central du disque solaire le 14; il était visible à l'œil nu. A la rotation suivante, ce groupe a présenté un développement qui le classe en tête des plus considérables enregistrés depuis l'observation suivie et systématique de ces phénomènes; son centre était à + 16° de latitude et il a traversé le méridien central le 10 août. La présence de ce groupe remarquable a, d'ailleurs, été notée dans quatre rotations successives. — Un autre groupe, à + 14° de latitude et qui a passé au méridien central le 23 septembre, a été également visible à l'œil nu.

Dans sa répartition entre chaque hémisphère, l'augmentation du nombre de groupes a été de 7 au Sud (55 au lieu de 48) et de 16 au Nord (66 au lieu de 50).

Enfin la latitude moyenne de l'ensemble a diminué de part et d'autre, en passant de — 17°,4 à — 16°,1 et de + 13°,6 à + 13°,0.

Régions d'activité. — Le nombre des groupes de facules est resté sensiblement stationnaire, avec 181 groupes au lieu de 183, mais leur surface a augmenté d'environ un tiers, avec 311,5 millièmes au lieu de 241,3.

Leur répartition de part et d'autre de l'équateur est sans changement au Sud, avec 86 groupes, et au Nord on a enregistré 95 groupes au lieu de 97.

---

(1) On a obtenu une série continue de 80 jours, du 1er juin au 19 août. C'est la plus longue de notre collection.

(2) Voir *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1000.

Tableau I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juillet. — 0,00.			
27- 6	9	1,9	—20		50
26- 5	9	2,6		+11	20
5-10	6	4,4		+19	16
30-11	12	5,2	—15		116
30-11	11	6,3		+11	62
2-10	9	6,5	—16		311
11	1	8,1		+ 5	3
6-13	8	8,2	—20		75
7	1	9,7		+15	8
7-11	3	10,8		+17	10
6-12	6	10,8		+ 7	12
13-17	5	11,4	—12		52
6- 7	2	11,4		+14	8
7-17	11	12,0		+ 7	82
11	1	12,1		+24	7
6-7	2	12,3		+15	9
15	1	13,2	—26		6
8-19	12	13,2		+ 7	173
7-20	14	14,0		+19	873
12	1	14,9		+15	13
10-20	11	15,8		+ 9	33
11-15	5	15,9		+15	10
11-14	4	16,6		+10	40
13-21	7	17,6		+14	19
13-14	2	18,4	—10		10
14-19	6	19,8	—18		72
14-26	13	20,6		+14	172
20-21	2	20,9	—12		7
16-28	13	22,6		+13	92
18-27	10	22,9	—23		63
21	1	25,8	—19		8
22- 1	11	26,7		+10	118
21- 2	13	27,8	—15		257
27- 3	8	28,5	—15		247
29- 3	6	29,1	—15		89
23- 3	12	29,4		+15	278
30- 5	7	30,3		+ 8	34
26- 5	11	31,8		+14	34
	31 j.		—16°,9	+12°,8	
		Août. — 0,10.			
28- 5	9	1,1		+22	15
5- 7	3	1,9		+13	44
		Août (suite).			
31- 1	2	2,3	—15		7
27- 6	11	3,0		+ 5	47
30- 8	7	3,2	—15		30
2- 6	5	3,5	—27		23
9-10	2	4,6	—19		35
6-10	5	4,6	— 1		125
31-11	12	5,6		+15	66
6-10	5	6,7	—22		81
4-12	9	8,7		+14	55
7-14	8	9,2	—15		317
3-14	12	9,2	—23		129
4-16	13	10,2		+16	2122
12-13	2	10,5	—25		5
5-16	12	10,5	—11		181
5-15	10	11,2		+ 2	78
6-11	3	11,7	—14		21
8-18	11	12,2		+15	244
6-17	12	12,6		+10	211
18	1	13,6		+ 3	17
8-19	12	14,6	—18		226
10-21	10	15,8	—14		29
11-22	11	17,1		+17	62
17-19	3	17,4		+26	10
15-22	7	17,5	—24		34
13-24	11	18,8	—24		605
12-24	12	18,8		+ 7	463
14-21	7	19,3	—12		43
26	1	22,7		+ 7	31
17-29	12	23,5		+12	320
19	1	25,5		+17	46
25- 1	8	26,4		+17	96
21- 1	12	27,1	—18		398
22- 1	11	27,8		+15	23
1	1	28,6	—10		14
26- 3	9	28,9		+14	15
23-31	7	29,6	—12		17
30- 5	7	30,5	—17		95
25- 2	9	31,1	— 0		48
4	1	31,2		+ 7	17
28- 5	7	31,7	—24		25
	30 j.		—16°,4	+13°,4	

Tableau I. — *Taches* (suite).

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'obser-vations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Septembre. — 0,00.			
27- 3	7	1,8		+ 5	8
30-10	12	5,0	−14		221
5	1	5,8		+10	8
31-11	12	6,3	−10		65
9-10	2	6,4	−22		6
31- 8	9	6,5		+18	64
2- 8	4	7,0	−10		4
7	1	7,5		+24	3
7	1	7,5		+ 7	13
3- 7	5	8,0	−13		13
9-10	2	8,2	− 7		10
4-11	8	8,3		+17	48
13-14	2	9,7	−26		302
11	1	10,4		+13	3
7	1	10,5		+ 3	3
5-14	9	11,0	−18		68
8	1	11,4	− 7		3
6-14	6	11,9		+11	14
7-17	10	13,3		+ 9	68
14-15	2	14,2		+27	19
16	1	14,4		+10	7
9-18	9	14,9		+ 8	74
		Septembre (suite).			
10-13	3	15,9	−25		30
19-22	4	17,2	−24		38
13-24	12	17,8		+24	298
17-21	4	18,8		+12	6
21-23	3	19,7	−19		27
13-22	10	19,9	−13		146
16-17	2	20,6	−14		11
17-26	10	20,7		+12	65
17-28	12	22,3	−13		478
16-29	14	23,0		+14	809
19-27	9	21,9		+15	61
23-24	2	21,9		+ 8	8
17-29	13	23,6	−18		211
18-27	10	23,8		+14	370
19-28	10	24,4	− 8		186
25-30	6	25,0	−17		51
23- 1	9	25,6		+ 8	57
28	1	26,8		+ 5	3
22-30	9	28,0	− 9		56
29	1	30,1		+20	2
	29 j.		−15°,1	+12°,8	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1917.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	2	11	1	14	24	8	15	1	»	»	38	3489
Août........	»	»	7	12	3	22	19	6	11	2	»	»	41	6472
Septembre..	»	»	4	9	6	19	23	10	10	3	»	»	42	3937
Totaux....	»	»	13	32	10	55	66	24	36	6	»	»	121	13898

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1917.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	1	11	11	5	28	30	8	15	6	1	»	58	97,4
Août........	»	1	9	17	5	32	30	9	15	5	1	»	62	109,8
Septembre..	»	»	8	12	6	26	35	10	14	7	2	2	61	104,3
Totaux....	»	2	28	40	16	86	95	27	44	18	4	2	181	311,5

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'iodure de méthylène sur la* des-*diméthylpipéridine* (*diméthylaminopentène*-1.4). Note [1] de MM. **Amand Valeur** et **Émile Luce**, présentée par M. Ch. Moureu.

Ladenburg [2], en faisant réagir, à la température ordinaire, l'iode, en solution alcoolique, sur la *des*-diméthylpipéridine, obtint un iodure qu'il considéra comme un produit d'addition de l'iode à la liaison éthylénique :

$$CH^2I - CHI - CH^2 - CH^2 - CH^2 - N(CH^3)^2.$$

R.-W. Willstætter [3] démontra plus tard que ce composé est, en réalité, l'iodure d'α-iodométhyldiméthylpyrrolidine-ammonium.

La facilité avec laquelle s'opère cette cyclisation nous a fait penser qu'une condensation du même ordre pouvait intervenir quand on unit l'iodure de méthylène à la *des*-diméthylpipéridine.

Ladenburg a, en effet, montré [4] que l'iodure de méthylène se fixe sur la *des*-diméthylpipéridine, en donnant un produit d'addition dont il se borne à indiquer la composition $C^8H^{17}NI^2$ et à mentionner qu'il fond sous l'eau et ne cède à l'oxyde d'argent humide qu'une partie de son iode.

Si cette fixation était accompagnée d'une cyclisation, elle donnerait naissance à un iodométhylate iodo-α-éthylpyrrolidique ou β-iodométhylpipéridique :

```
CH²___CH²                                 CH²
|       |                           CH² ╱  ╲ CH — CH²I
CH²     CH — CH² — CH²I      ou     CH²      CH²
  ╲   ╱                               ╲    ╱
   N — I                                N — I
  ╱  ╲                                 ╱  ╲
CH³  CH³                              CH³  CH³
```

suivant la manière dont CH^2I^2 se fixerait sur la double liaison, préalablement à la cyclisation. On pouvait espérer trancher aisément entre ces deux formules, en soumettant le produit à la réduction, de manière à transformer le groupe CH^2I en CH^3; on aurait ainsi obtenu soit l'iodométhylate de N-méthyl-α-éthylpyrrolidine, soit l'iodométhylate de N-méthyl-β-pipécoline.

---

(1) Séance du 31 décembre 1917.
(2) *Lieb. Annal.*, t. **247**, 1888, p. 91.
(3) *D. ch. Ges.* t. **33**, 1900, p. 265.
(4) *D. ch. Ges.*, t. **14**, 1881, p. 1347.

Nous avons donc fait réagir, à la température du laboratoire, l'iodure de méthylène en léger excès sur la *des*-diméthylpipéridine et obtenu ainsi un produit qui, après cristallisation dans l'eau bouillante, fond en se décomposant à 163° (tube capillaire); le composé répond à la formule $C^8H^{17}NI^2$. Traité par le nitrate d'argent, il ne lui cède que la moitié de l'iode qu'il contient. Il est stable vis-à-vis des alcalis en solution aqueuse ou alcoolique, mais donne par l'action de AgOH un hydrate d'ammonium qui le régénère par action de KI.

Le produit d'addition de l'iodure de méthylène à la *des*-diméthylpipéridine est donc bien un iodure d'ammonium quaternaire. Dans le but de passer par réduction à l'un des deux iodométhylates de bases hétérocycliques dont les formules sont représentées ci-dessus, nous avons fait agir HI bouillant, en présence de phosphore. Nous avons constaté que, dans ces conditions, et également en l'absence de phosphore, il n'y a pas enlèvement d'iode, mais bien fixation d'une molécule de HI, avec formation d'un *composé triiodé* $C^8H^{18}NI^3$ fusible en tube capillaire à 136°-137°,5 en se décomposant.

Il suit de là que, dans l'action de CH^2I^2 sur la *des*-diméthylpipéridine, la double liaison de celle-ci est respectée; par suite CH^2I^2 se fixe non pas sur la fonction éthylénique, mais sur l'atome d'azote. Le composé fusible à 163° est donc *l'iodure de méthylène*-DES-*diméthylpipéridine* (*iodure d'iodométhyldiméthylpentène-ammonium*-1.4)

$$CH^2{=}CH-CH^2-CH^2-CH^2-N(CH^3)^2(CH^2I)I,$$

et le composé triiodé fusible à 136°,5-137°,5, l'*iodure d'iodométhyldiméthyliodopentane-ammonium*-1.4

$$CH^3-CHI-CH^2-CH^2-CH^2-N(CH^3)^2(CH^2I)I.$$

Ce dernier composé ne cède que 2 atomes d'iode au nitrate d'argent. Traité par AgOH, il fournit une solution d'hydrate d'ammonium quaternaire qui, après concentration et addition de KI, laisse précipiter un dérivé diiodé $C^8H^{17}NI^2$ fusible à 143°-144°. Ce composé, isomère du produit d'addition de CH^2I^2 à la base, répond, suivant toute probabilité, à la structure suivante :

$$CH^3-CH{=}CH-CH^2-CH^2-N(CH^3)^2(CH^2I)I$$

et n'en diffère que par la position de la double liaison.

En résumé, l'iodure de méthylène ne détermine pas la cyclisation du diméthylaminopentène-1.4 comme le fait l'iode, mais se fixe à l'azote, à la manière de l'iodure de méthyle.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la structure en gradins dans certains liquides anisotropes.* Note de M. F. GRANDJEAN, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai signalé cette structure dans les azoxybenzoate et cinnamate d'éthyle qui sont des liquides à coniques focales [1]. Il est remarquable de la retrouver dans les oléates et la phase positive du caprinate de cholestérine, c'est-à-dire dans les liquides qui ressemblent le plus, par l'ensemble de leurs propriétés, aux azoxybenzoate et cinnamate, sans toutefois que les groupes focaux y aient été reconnus avec certitude.

La structure en gradins s'observe dans les gouttes liquides de dimension quelconque qui reposent sur un support plan et orientent leur axe optique normalement à ce support. La face libre de la goutte, au lieu d'être courbe comme il arrive d'ordinaire, est constituée par une série de plans exactement parallèles au support, et par conséquent perpendiculaires à la direction de l'axe optique. Ces plans forment des gradins étagés, séparés par des surfaces abruptes que j'appellerai *surfaces latérales*. La structure est absolument homogène et parallèle, l'axe optique ayant dans toute la masse une direction unique sauf au voisinage immédiat des surfaces latérales. Entre nicols croisés le champ est donc noir et les bords seuls des gradins sont marqués par leur biréfringence.

La surface plane des gradins n'est en rien comparable à celle d'un liquide isotrope, car elle n'est pas un effet de la pesanteur. On peut incliner le gradin d'une manière quelconque sans que rien paraisse changer. En outre les gouttes en gradins peuvent être d'une extrême petitesse sans cesser de montrer des surfaces planes.

Les plus beaux gradins s'obtiennent avec l'*azoxycinnamate* sur des lames de clivage cristallines (calcite, sel gemme, etc.). Il faut généralement chauffer assez près de la température de fusion isotrope. A température trop basse l'orientation est parallèle au clivage, avec certains minéraux. Les bords des gradins sont généralement marqués par des lignes de groupes focaux jointifs formant des associations très simples, mais difficiles à étudier à cause de leur petitesse. Dans les gradins peu épais ces groupes focaux forment souvent des files très régulières, semblables à des franges de petites

---

[1] *L'orientation des liquides anisotropes sur les cristaux* (*Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. 39, p. 167, *fig.* 1).

perles biréfringentes à croix noire ayant l'aspect habituel des sphérolithes. On en trouve de très petits, de l'ordre de 1^{μ}, qui bordent des gradins très plats; mais d'ordinaire, lorsque l'épaisseur des gradins devient très faible, les surfaces latérales cessent d'être marquées par des files de groupes focaux. Elles sont alors simples. On voit en lumière naturelle une double ligne très fine et entre nicols croisés une petite bande biréfringente comprenant l'espace entre les deux lignes, lorsque l'épaisseur du gradin est suffisante. On constate qu'en chaque point de cette petite bande la projection de l'axe optique du liquide sur la surface du gradin est normale au contour.

Les limites des gradins sont donc tantôt simples, tantôt bordées de groupes focaux jointifs; elles peuvent aussi être mixtes, c'est-à-dire simples seulement par endroits; mais les surfaces latérales ne semblent jamais raccorder d'une manière continue les faces planes des gradins. Elles font un angle marqué au moins avec l'une d'elles, probablement avec les deux.

Les gradins peuvent être d'une épaisseur extrêmement faible, de l'ordre du dixième de μ. En regardant à un fort grossissement la surface des grands gradins on y voit presque toujours des lignes très fines de forme quelconque qui sont les bords de minuscules gradins. Si l'on déforme la goutte, par exemple en la touchant en un point, on fait glisser les gradins les uns sur les autres, sans que leur structure se modifie.

Sur une lame de verre qui n'a pas subi de traitement spécial on observe aussi des gradins, mais généralement beaucoup moins beaux qu'avec les lames de clivage des cristaux.

L'*azoxybenzoate* se comporte comme l'azoxycinnamate. Avec les *oléates* on voit très bien les gradins en faisant évaporer la solution alcoolique sur du verre. Ils sont très fins avec surfaces latérales généralement simples mais présentent fréquemment sur les bords des files de pseudo-sphérolithes à croix noire ayant exactement l'aspect de ceux de l'azoxycinnamate, et qui doivent être des groupes focaux. Avec le *caprinate de cholestérine* il suffit de laisser le corps revenir à la température ordinaire, à l'état de surfusion. Les cristaux solides ne tardent pas à se développer dans le liquide instable qui est alors extrêmement visqueux. C'est au moment où le liquide nourrit les cristaux solides qu'on voit de très beaux gradins identiques à ceux des oléates. Ces gradins se déplacent rapidement en glissant les uns sur les autres le long de leurs surfaces planes avec une facilité remarquable dans un corps qui a plutôt la consistance d'une colle épaisse que d'un liquide ordinaire.

Dans tout le groupe des liquides à coniques focales, des oléates, des sels

de cholestérine, le coefficient de frottement intérieur est certainement beaucoup plus petit pour une translation perpendiculaire à l'axe que pour une translation parallèle. Les gradins montrent cette propriété d'une manière très nette pour un glissement le long d'un plan normal à l'axe. Si l'on place l'un de ces liquides en couche mince entre deux lames de verre et qu'on donne à l'une des lames un mouvement de translation de direction Δ, on voit l'axe optique se placer toujours perpendiculairement à Δ. Le liquide ne peut se mouvoir rapidement qu'à cette condition. Dans certaines régions, généralement les plus étendues, l'axe optique est normal au verre. Le glissement est alors tout à fait semblable à celui des gradins.

Dans d'autres il se dispose parallèlement au verre. Le glissement se fait alors le long de surfaces parallèles à l'axe optique. Mais jamais la translation Δ ne donne une orientation de l'axe parallèle à Δ. Au contraire elle détruit cette orientation quand elle existe à moins que le mouvement ne soit très lent. Les gouttes rectilignes signalées dans le travail rappelé plus haut se produisent en vertu du même phénomène : le liquide s'écoule beaucoup plus vite normalement à son axe que dans toute autre direction.

La structure en gradins, et surtout l'existence de gradins d'épaisseur extrêmement faible, séparés des gradins infiniment voisins par des surfaces latérales abruptes, révèle une propriété discontinue du liquide, qui forme une phase homogène limitée partiellement par des faces planes normales à l'axe optique; mais il ne faudrait pas pousser trop loin l'analogie avec les cristaux et oublier que le reste de la surface n'a aucune tendance à être plane.

La structure en gradins n'existe pas toujours. Elle peut coexister, dans une même goutte, avec la disposition convexe de la surface libre; mais les régions à surface convexe ne sont jamais homogènes; elles sont éclairées entre nicols croisés; l'axe optique, qui paraît être normal à la surface libre au voisinage de cette surface, n'y a pas une direction uniforme.

L'existence d'une propriété discontinue sépare nettement les liquides anisotropes énumérés dans cette Note d'avec ceux du groupe de l'azoxyphénétol dans lesquels rien de semblable n'a été observé jusqu'ici.

PÉTROGRAPHIE. — *Quelques particularités des roches granitoïdes du pays Rehamna (Maroc occidental).* Note [1] de **M. P. Russo**, transmise par **M. Depéret.**

La région située à l'ouest de Ben Guerir entre les vallées des Oueds Bou Chan et Ouaham est constituée par une puissante masse de granites et de roches granitoïdes représentant le noyau d'un anticlinal dont les flancs sont formés par des roches cristallophylliennes recouvertes par des dépôts primaires, parfois fossilifères. Le Dévonien y est sûrement représenté; quant aux niveaux inférieurs au Dévonien, ils ne peuvent être exactement datés parce que dépourvus de fossiles. La masse cristalline centrale offre une forme elliptique; son grand axe, dirigé NNE-SSW a 22^{km} de long, son petit axe 15^{km} environ. Des apophyses parallèles au grand axe et formées de roches plus basiques que le noyau central prolongent la masse vers le Nord. De nombreux filons de quarz la recoupent surtout à l'Est, tous orientés NS ou offrant des directions voisines de celle-ci. Enfin, à l'est du massif se montrent au jour, au milieu des terrains cristallophylliens, des bandes de roches granitoïdes de même direction et d'autant plus basiques qu'elles sont plus orientales.

J'ai observé dans cet ensemble les roches suivantes :

a. Granite à deux micas. — Belle roche rosée à muscovite et biotite, avec quartz rarement bipyramidé et beaux cristaux d'orthose. Il s'y rattache des formes porphyriques à grands cristaux d'orthose noyés dans une pâte microgrenue, notamment vers Sidi Bahilil. Ces granites sont très développés à l'ouest de Souk el Khmis, jusque vers le pied du Djebel Taïcha, et occupent tout le massif de Chouikrane.

b. Granulite. — Roche extrêmement riche en mica blanc, souvent avec grands cristaux d'orthose; elle est abondante vers Sidi Bahilil.

c. Microgranites et microgranulites. — Roches microcristallines, à éléments de plus en plus petits vers la périphérie de l'ellipse granitique, où peu à peu le mica noir, d'abord associé faiblement au mica blanc, prend la prépondérance et devient bientôt le seul élément ferro-magnésien bien développé dans les apophyses de la vallée d'Ouaham et au nord de Sidi Bahilil.

---

[1] Séance du 21 janvier 1918.

d. Granite à amphibole et syénite. — Le granite amphibolique se rencontre près de la gara d'Ouzeren tout le long du pied des diverses collines qui lui font suite vers le Nord, se raccorde avec les granites à mica noir de Sidi Bahilil. Plus à l'Est, cette roche passe à une *syénite* à petits éléments, bien caractérisée à 1^{km} à l'ouest de Ben Guerir dans le bassin de réception de l'Oued Bou Chan.

e. Diorite. — Cette roche se montre latéralement, par rapport au massif principal, vers la maison du khalifat ben Moussa, où elle forme un filon nord-sud dont la longueur visible est d'au moins 4^{km}. Elle est accompagnée de quartz compact.

Au contact de ces diverses roches éruptives, les roches schisteuses métamorphiques sont représentées par des *gneiss à biotite*, des *gneiss à muscovite* très beaux, abondants vers Sidi Bahilil, des *schistes à séricite* à Ben Guerir, des *micaschistes* vers l'Ouzeren, des *quartzophyllades* vers El Arba.

Les phénomènes d'endomorphisme que montre la présence des roches basiques au Nord et à l'Est semblent devoir être rapportés à la digestion de calcaires paléozoïques par le magma granitique. En effet, on rencontre au-dessus des terrains cristallophylliens indiqués plus haut des calcaires dévoniens en assises puissantes bien conservés vers El Arba et au sud du massif des Skhrours; de même on en rencontre à une dizaine de kilomètres au nord-est de Ben Guerir. La même venue granitique qui a donné naissance aux quartzophyllades et aux micaschistes aux dépens des schistes et grès paléozoïques a vraisemblablement dû, dans les points de contact avec les calcaires et les dolomies, donner lieu à des phénomènes d'endomorphisme dont l'une des conséquences a été l'incorporation des éléments calco-magnésiens au magma et la formation des roches basiques de la périphérie du massif.

Enfin il me paraît intéressant de noter que la situation du massif Rehamna n'est pas sans analogie (par rapport au plateau crétacé de Settat) avec celle du massif Zaer et du massif d'Oulmès étudiés par M. Gentil. J'ai parcouru, en 1915, la région sud-est du massif Zaer et, bien que je n'aie pas eu le temps d'en faire une étude bien détaillée, les éléments que j'ai pu recueillir permettent une comparaison avec les Rehamna.

GÉOLOGIE. — *La tectonique de l'Afrique occidentale.* Note de M. R. Chudeau, présentée par M. Émile Haug.

L'existence, au Sahara, de plissements antérieurs à l'Éodévonien et, à peu près certainement, au Gothlandien et leur caractère subméridien ont été signalés dès 1905 par É. Haug et par moi ([1]). Ces plissements affectent des gneiss, des micaschistes et des phyllades; ils ne sont pas homogènes et, outre un système contemporain des Calédonides, ils englobent les débris d'une chaîne au moins plus ancienne (Huronien?). Avec une prudence excessive, E. Suess ([2]) a proposé de les désigner sous le nom de *Calédonides sahariennes* ou *Saharides*. C'est un terme peu utile.

Le caractère subméridien de ces plissements n'est vrai que comme première approximation; leur allure est en réalité plus compliquée.

Les affleurements calédoniens qui, au voisinage du golfe de Guinée, sont d'abord SW-NE, deviennent NNE sur une assez grande longueur, puis, entre le 15° L. N. et le 20° L. N., redeviennent NE et parfois franchement E.

Cette zone à affleurements E-W semble être une zone de moindre résistance, avec tendance à l'affaissement : elle correspond à l'ennoyage des plis anciens sous l'Éocène du Sénégal et le Quaternaire de Mauritanie, puis aux régions de Bamba et de Tahoua que les transgressions du Crétacé et du Tertiaire ont largement envahies; on y connaît entre Tin Ekkar et Agades des anomalies magnétiques; les pays déprimés (Egueï, Toro, Korou) situés au nord-est du Tchad ([3]) permettent de suivre cette zone déprimée jusqu'au voisinage de l'Ennedi et du Tibesti.

Plus au Nord, les Calédonides reprennent la direction subméridienne avec tendance à se replier vers le Nord-Est au voisinage du littoral mauritanien et dans l'Anahef.

La direction NW-SE paraît exceptionnelle dans la partie méridionale de l'Afrique occidentale; elle a été signalée à l'est du Chari (Fort Crampel, N'Dellé, Abéché), régions pour lesquelles les renseignements sont bien dis-

---

([1]) E. Haug, *Structure géologique du Sahara central* (*Comptes rendus*, t. 141, 1905, p. 374). — R. Chudeau, *Sur la Géologie du Sahara central* (*Ibid.*, p. 566).

([2]) E. Suess, *La Face de la Terre*, t. 3, p. 679.

([3]) *Documents scientifiques de la Mission Tilho*, t. 2, 1911, p. 60-63.

continus; elle a été indiquée à l'est du Zinder, ainsi qu'auprès de Lokodja (Nigerie); de Bourem à Yelwa, le Niger suit la même direction et correspond à peu près à la limite de l'ennoyage des plis E-W sous le Crétacé de Tahoua.

Cette direction paraît plus fréquente dans le nord du Sahara (au nord du 23° L. N), elle est connue dans l'Adrar Ahnet, ainsi qu'en Mauritanie à la Coudiat d'Idjil, à la crête d'Anadjim et de Bir Moghrein.

A l'axe de rebroussement entre les directions NE et NW, correspond une ligne de fractures que, depuis In Zize jusqu'à l'Ahaggar, jalonne nettement une série de volcans. Les volcans de Taodenni sont situés, géométriquement, sur le même axe; ils sont en relation avec la dépression du Djouf oriental, mais leurs rapports avec In Zize, situé à 750^{km} à l'est de Taodenni, sont encore ignorés.

Cette ligne de fractures du 23° L. N. est parallèle à celle qui a déterminé le littoral nord du golfe de Guinée (5° L. N.); une autre ligne de fractures déjà bien connue, l'axe du Cameroun, se prolonge jusqu'au Tchad; elle correspond au raccord de la cassure de 5° L. N. avec la direction subméridienne des Monts de Cristal (Gabon).

Les plissements « hercyniens » sont plus localisés. La lacune qui existe, au Sahara, entre le Carbonifère et le Crétacé, empêche de fixer leur âge par des arguments stratigraphiques locaux; il n'est guère douteux cependant qu'ils datent de la fin des temps primaires. Ils ont été découverts au Tidikelt, dès 1900, par G.-B.-M. Flamand (1).

Ils sont subméridiens au Tidikelt, où l'on peut les suivre nettement pendant 150^{km} à 200^{km}, jusqu'à l'Oued Botha vers le Sud, jusqu'au plateau de Tadmaït vers le Nord. A peu de distance, sans que la liaison soit encore établie avec précision, se détachent du Touat un faisceau de plis du même âge (chaîne d'Ougarta, Kahal de Tabelbala) (2), dont les plus occidentaux se dirigent vers le Nord-Ouest. Les itinéraires des capitaines Cancel et Martin permettent de les suivre jusqu'à la Daïa Daoura, au sud du Tafilala, pendant 450^{km}. Ils disparaissent pendant 300^{km}, sous le haut plateau carbonifère du Draa, puis sous le plateau crétacé de Sarr'o; ils reparaissent à nouveau dans la région de Tikirt, avec la même direction, à l'est du Siroua (3); l'Oued Draa, dans son cours supérieur, semble obéir à

---

(1) *Annales de Géographie*, t. 9, 15 mai 1900.

(2) E.-F. Gautier, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 6, 1906.

(3) L. Gentil, *Le Maroc physique*, Paris, 1912, p. 37.

leur direction, et rend vraisemblable leur continuité depuis la Daïa Daoura jusqu'au Haut Atlas. A l'ouest du Siroua, les plissements hercyniens, devenus NE-SW, ne semblent pas dépasser l'Anti-Atlas, vers le Sud.

La branche orientale de la chaîne d'Ougarta suit la Saoura qui la franchit à Foum El Kheneg; d'abord NW-SE, elle se dirige au nord de Beni Abbès, vers le Nord-Est; dans la région de Colomb Béchar, un anticlinal, le Djebel Antar est E-W; il est renversé vers le Sud.

A l'est de la Saoura, les plis primaires, souvent masqués par des terrains plus récents, semblent dessiner, au Gourara, une virgation assez compliquée; au delà, des accidents posthumes, affectant les terrains crétacés, permettent de croire qu'ils se dirigent d'abord vers le Nord-Est; d'après Flamand, entre El Goléah et le M'zab, ils reprendraient une direction subméridienne. A l'est du Gourara, la connaissance de ces plis nécessite de nouvelles recherches.

Le Tassili des Ajjer, le Mont Tummo, le Tibesti, l'Ennedi et le Cordofan forment la limite des hauts reliefs du Sahara central; cette limite nettement NW-SE est à peu près parallèle au Niger entre Gao et Yelwa et à la chaîne de Tabelbala. Elle a probablement une origine tectonique et est jalonnée par quelques volcans dans le Tassili des Ajjer (Telout, etc.) et dans le Tibesti, où les sources thermales de Soboroun sont à 70°.

Les accidents tectoniques de l'Afrique occidentale présentent un certain parallélisme avec les fosses tectoniques de l'Afrique orientale. D'abord subméridienne, la fosse du lac Rodolphe envoie une ramification vers le Nord-Est du lac Stéphanie à Ankober; en ce point, cette ramification donne deux branches, l'une NNW, la mer Rouge; l'autre E, le golfe d'Aden. Au sud du Darfour et du Cordofan, la région déprimée du Bahr El Ghazal nilotique correspond, au delà de l'Abyssinie, au golfe d'Aden; ses relations avec les aires d'ennoyage et de dépression que l'on peut suivre, à une latitude un peu plus élevée, du Sénégal aux pays bas du Tchad, sont encore ignorées.

La ligne des fonds, de moins de 4000^{m}, qui, avec une direction subméridienne, partage en deux l'Atlantique, présente, à hauteur de l'équateur, une brusque déviation vers l'Ouest. Ainsi, depuis le golfe d'Aden jusqu'au voisinage du Brésil, on peut pressentir une série d'accidents transversaux qui sont comme une réplique amoindrie et plus méridionale de la Mésogée.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Cambrien et du Silurien (?) à Casablanca (Maroc occidental).* Note de M. **Georges Lecointre**, présentée par M. Émile Haug.

Les géologues qui sont venus au Maroc ont tous signalé les schistes et quartzites de la rade de Casablanca et, en l'absence de fossiles, les ont considérés comme siluriens ou même dévoniens. Quant au Cambrien, on ne l'a encore jamais signalé dans l'Afrique du Nord, bien qu'il soit connu en Sardaigne et dans la Péninsule Ibérique.

J'ai pu, en juin et juillet 1917, relever une coupe d'un point à l'es d'Oukacha, s'étendant jusqu'à Sidi Abd er Rahman.

On rencontre d'abord des schistes verdâtres, horizontaux, qui ne tardent pas à prendre un léger pendage 10° WNW; ils contiennent des Trilobites, malheureusement en mauvais état de conservation : céphalothorax et abdomen sans pygidium rappelant des formes des genres *Ptychoparia* Corda ou *Hicksia* Delgado, des céphalothorax pouvant appartenir au genre *Anomocare* Angelin et enfin un abdomen avec pygidium et des céphalothorax d'un *Paradoxides* voisin des *P. Barrandei* Barrois et *P mediterraneus* Pompeckj. Le pygidium incomplet ne permet pas de pousser la détermination plus loin.

Quoi qu'il en soit, la présence de *Paradoxides* caractérise le Cambrien moyen (Acadien). Des schistes de même nature sont encore visibles plus à l'ouest, dans la carrière de la société des fours à ciment *le Palmier*, aux Roches Noires, où ils sont affectés d'un léger pendage 5° WNW. Puis, jusqu'à Sidi Belyout, les couches sont masquées par les sédiments récents. De ce point (pendage 40° ESE) jusqu'à la pointe d'El Ang, on rencontre une puissante série (700^m à 1000^m) de schistes micacés pourpres et verts, présentant vers la base quelques bancs gris, passant au psammite. Ces couches forment anticlinal dans le port intérieur, où elles présentent un curieux aspect de dômes et de cuvettes disposés en quinconce. Dans la baie d'Aïn Tebouzia un petit anticlinal secondaire vient interrompre la régularité du plongement qui est de 20° WNW. A la pointe d'El Ang, elles sont surmontées en parfaite concordance apparente par quelques dizaines de mètres de psammites, présentant à la partie supérieure de grosses lentilles de quartzite bleu. Ces psammites m'ont donné quelques échantillons d'un

Brachiopode, qui présente bien les caractères d'*Orthis rustica* Sow. tel qu'il est figuré et décrit par Davidson [1]. Cet auteur le considère comme caractéristique du Wenlock (Gothlandien). Toutefois, étant donnée la difficulté de détermination des espèces appartenant à ce genre, je ne donne cette conclusion que sous réserves. Au-dessus et en concordance viennent des quartzites blancs, roses et gris, en bancs puissants, qui déterminent l'arête topographique d'El Ang, que l'on peut suivre vers le sud, où les quartzites et psammites sont exploités dans la carrière Magnier à El Ang et dans celle des travaux du port au Maarif.

Les quartzites se relèvent à 2^{km} de là à Aïn Diab, où ils présentent un pendage 50° ESE. Le synclinal ainsi formé a été envahi par des dépôts plus récents qui masquent tout. Vers l'ouest la dune recouvre les couches jusqu'à Sidi Abder Rahman, où se présentent des grès micacés bleu foncé à patine verte, avec intercalations schisteuses, le tout redressé à la verticale et présentant des discordances d'origine probablement mécanique.

En résumé : la présence du Cambrien moyen (Acadien) est prouvée et celle du Silurien reçoit un commencement de confirmation. Il n'a pas encore été possible de savoir si une discordance ou un contact anormal existe ou non entre les deux zones fossilifères observées.

Au point de vue tectonique, on voit deux anticlinaux, dont les flancs sud-est sont plus abrupts que les flancs nord-ouest [2]; leur direction, N 20° E, est indiquée par tous les auteurs pour la chaîne hercynienne dans la partie ouest de la Meseta marocaine.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Valeur des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au* 1er *janvier* 1918. Note de M. **Ch. Dufour.**

Les observations magnétiques ont été faites à l'Observatoire du Val-Joyeux en 1917 dans les mêmes conditions que les années précédentes.

Les valeurs des éléments pour le 1er janvier 1918, données ci-dessous, résultent de la moyenne des observations horaires relevées sur le magnétographe le 31 décembre 1917 et le 1er janvier 1918 et rapportées à des

---

(1) Davidson, *British fossil Brachiopoda*, part VI, p. 238, pl. 34, fig. 13-22.

(2) Le même phénomène est visible dans le Haut Atlas occidental [voir Gentil, *Sur la structure du Haut Atlas occidental marocain* (*C. R. Soc. géol.*, 1910, p. 90)].

mesures absolues. La variation séculaire est la différence entre ces valeurs et celles qui ont été indiquées pour le 1er janvier 1917 (1).

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux.

	Valeurs absolues pour l'époque 1918,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	13°17′,01	−8′,27
Inclinaison	64°41′,8	+2′,1
Composante horizontale	0,19688	−0,00010
Composante verticale	0,41645	+0,00045
Composante nord	0,19161	+0,00001
Composante ouest	0,04524	−0,00049
Force totale	0,46065	+0,00037

Par suite d'une légère perturbation, la valeur de la déclinaison obtenue le 1er janvier 1917 paraît trop faible d'environ 0′,7. La variation séculaire réelle en 1917 doit donc être voisine de − 9′.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le troisième trimestre de* 1917. Note de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. B. Baillaud.

Les relevés des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le troisième trimestre de 1917 (2), fournissent la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle.		Juillet.	Août.	Septembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes	8	8	3	19
1	Perturbations de 1′ à 3′	9	4	8	21
2	» 3′ à 7′	7	8	9	24
3	» 7′ à 15′	6	5	7	18
4	» 15′ à 30′	0	4	1	5
5	» > 30′	0	1	0	1

La plus forte perturbation, 41′, s'est produite le 9 août.

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 229.

(2) Il n'y a pas eu d'enregistrement les 23 juillet, 23 août, 11 et 12 septembre.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la variation diurne de la vitesse du vent en altitude.* Note de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. E. Bouty.

Deux Notes, publiées récemment dans les *Comptes rendus* (¹), ont ramené l'attention sur l'accroissement nocturne de la vitesse du vent aux altitudes moyennes comprises entre 200ᵐ et 1000ᵐ. Dans la dernière de ces Notes, M. L. Dunoyer explique les phénomènes observés par la propagation de l'Est vers l'Ouest, « à la manière d'une onde », de la zone crépusculaire où les surfaces isothermes diurnes se raccordent aux surfaces isothermes nocturnes.

Si l'on admet l'existence d'un plan neutre aux altitudes élevées, les surfaces isobares ont, dans la région de raccordement, une inclinaison inverse de celle des surfaces isothermes. M. Dunoyer en conclut que, si l'on traçait une carte d'isobares dans un plan horizontal aux altitudes qu'il considère, elle présenterait le caractère d'une pression plus haute du côté nocturne (froid) que du côté diurne (chaud) et qu'en conséquence on doit avoir, dans les couches moyennes, des vents d'Est ou un renforcement des vents d'Est, le soir, des vents d'Ouest ou un renforcement des vents d'Ouest, le matin.

La question est de savoir si la cause invoquée pour expliquer les phénomènes observés est suffisante pour rendre compte de leur ordre de grandeur.

Or, si l'on mesure à une altitude comprise entre 200ᵐ et 1000ᵐ les variations simultanées du baromètre et de la vitesse du vent qui se produisent pendant le passage de la zone crépusculaire, on s'aperçoit immédiatement que les accroissements de la vitesse du vent sont notablement plus grands que ceux que l'on pourrait prévoir d'après les augmentations de pression observées.

Voici, à titre d'exemple, une série d'observations faites, en juillet 1892, au sommet de la Tour Eiffel, par régime d'Est bien établi et qui correspondent aux cas types envisagés par M. Dunoyer :

(¹) L. Dunoyer et G. Reboul, *Sur les variations diurnes du vent en altitude* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1068). — L. Dunoyer, *Sur les variations diurnes du vent en altitude* (*Ibid.*, t. 166, 1918, p. 45).

Date. Juillet 1892.	Pression barométrique. 18h.	22h.	Variation.	Vitesses du vent. 18h.	22h.	Variation.
				m	m	m
24.........	739,3	739,3	0,0	8,8	12,0	3,2
25.........	735,9	736,5	0,6	8,5	12,7	4,2
26.........	735,2	736,1	0,9	9,8	16,6	6,8
27.........	735,7	736,1	0,4	6,7	12,6	5,9

Choisissons le cas du 26 juillet où l'on a enregistré à la fois les plus fortes variations de vitesse et de pression.

A la latitude de Paris, une augmentation de pression de $0^{mm},9$ en 4 heures correspond à un gradient de 0,02 dirigé de l'Est vers l'Ouest. Le rapport de la vitesse du vent au gradient étant égal à 8 au sommet de la Tour Eiffel (1), l'augmentation de vitesse produite par un gradient de 0,02 serait en gros $0^{m},2$, soit le $\frac{1}{34}$ de celle que l'on mesure. Des centaines d'observations que nous avons étudiées, au cours de nos recherches, fournissent des résultats analogues.

Dans ces conditions, il paraît inutile d'entrer dans une discussion détaillée des hypothèses sur lesquelles s'appuie la démonstration de M. Dunoyer, d'autant plus que les divers essais faits, jusqu'à présent, dans la même voie, pour relier la variation diurne de la vitesse du vent à la variation concomitante du baromètre, n'ont permis d'expliquer qu'une faible partie des phénomènes observés.

La théorie d'Espy-Koppen étant d'ailleurs également insuffisante, ainsi que M. Pernter l'a depuis longtemps démontré, nous avons recherché, au cours d'un travail entrepris il y a plusieurs années et interrompu par suite de l'état de guerre, une explication plus complète basée sur des considérations toutes différentes et dont les éléments sont contenus dans un pli cacheté que nous déposons en même temps que cette Note.

---

(1) Åkerblom, *Recherches sur les courants les plus bas de l'atmosphère au-dessus de Paris*, Upsal, 1908.

BOTANIQUE. — *Étude cytologique du développement de l'apothécie des Peltigéracées.* Note de M. et Mme **Fernand Moreau**, présentée par M. Dangeard.

En 1877, Stahl ([1]) décrivait à l'origine de l'apothécie chez un Lichen du genre *Collema* une fécondation de l'ascogone au moyen d'une spermatie par l'intermédiaire d'un trichogyne. Cette description a servi de modèle à la plupart de celles qu'on a fournies depuis du développement des apothécies de nombreux Lichens. Bien qu'aucune fusion nucléaire n'ait jamais été observée dans ces conditions, un certain nombre de mycologues attribuent aux champignons des Lichens et, par extension, aux Ascomycètes autonomes, une sexualité par spermaties et trichogynes; comparant ces organes des Lichens aux organes de même nom des algues Floridées, ils reconnaissent à l'ensemble des champignons supérieurs, peut-être par l'intermédiaire des Lichens, une origine floridéenne.

Les recherches récentes de Dangeard ([2]) sur la reproduction sexuelle des Ascomycètes et leurs affinités ayant orienté la question dans une voie toute différente, nous avons pensé qu'il y avait lieu de reprendre l'étude cytologique du développement des apothécies des Lichens. La présente Note résume le résultat de nos observations chez les Lichens de la famille des Peltigéracées ([3]).

Les tout premiers débuts du développement de l'appareil ascosporé des Peltigéracées sont caractérisés par la présence d'ascogones d'origine médullaire (*Peltigera*, *Peltidea*) ou intergonidiale (*Solorina*). Ils sont formés de cellules de grande taille, isodiamétriques, pourvues d'abord de un ou deux noyaux, puis multinucléées. Plus tard, les cellules ascogoniales poussent des hyphes ascogènes multinucléés qui deviennent bientôt binucléés. L'état multinucléé des hyphes ascogènes dure peu; leur condition binucléée est plus étendue dans le temps comme dans l'espace. Les hyphes ascogènes se ramifient et les cellules terminales de leurs ramifications, dressées parmi les

---

([1]) Stahl, *Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Flechten*, Leipzig, 1877.

([2]) P.-A. Dangeard, *Recherches sur le développement du périthèce chez les Ascomycètes* (*Le Botaniste*, t. 10, 1907).

([3]) Un Mémoire détaillé avec planches paraîtra dès que les circonstances le permettront.

paraphyses, deviennent des asques. Dans chacun de ceux-ci les noyaux se fusionnent, l'asque devient uninucléé.

Cette description s'applique aux *Peltigera* et aux *Peltidea*; elle est également vraie pour les *Solorina* chez lesquels les premiers stades nous avaient fait défaut lors de la première étude que nous leur avions consacrée (¹).

Dans l'asque devenu uninucléé, le noyau subit trois divisions successives; de ce fait le nombre des noyaux est porté à huit. Chez les *Peltigera*, *Peltidea*, *Nephromium*, autour de chacun de ces huit noyaux s'individualise une spore; dans plusieurs cas nous avons vu des rayons archoplasmiques prendre part à la délimitation de l'épiplasme et du protoplasme sporaire. La spore, née uninucléée, s'allonge, divise deux fois ou plus son noyau et, chaque division étant suivie d'un cloisonnement, la spore acquiert ses caractères définitifs qui sont ceux d'une spore aciculaire pluriseptée.

Chez le *Solorina saccata*, c'est, comme précédemment, et contrairement à ce que nous avions cru tout d'abord (¹), autour de noyaux de troisième division que se délimitent les ascospores, mais ce phénomène n'a lieu qu'autour de quatre noyaux seulement; quatre spores seulement prennent naissance, les quatre autres noyaux restent dans l'épiplasme et dégénèrent. Dans chacune des ascopores formées, le noyau, d'abord unique, se divise; une cloison se forme, qui donne à la spore une structure bicellulaire qui est sa structure définitive.

Comme nous le voyons, l'apothécie des Peltigéracées se forme au moyen d'ascogones dont les cellules d'abord uni- ou binucléées contiennent ensuite de nombreux noyaux; ces cellules produisent des hyphes ascogènes multinucléés, puis à cellules binucléées; les cellules à deux noyaux qui occupent les extrémités des ramifications de ces hyphes donnent naissance par la suite à des asques à l'intérieur desquels a lieu la karyogamie ordinaire. On n'observe donc chez ces Lichens ni fécondation par spermaties et trichogynes, ni fusion de noyaux précédant celle de l'asque.

Ces constatations, qui sont en harmonie avec les faits signalés chez de nombreux Ascomycètes autonomes, rendent nécessaire une nouvelle étude des formes des Lichens chez lesquels on a décrit une fécondation par trichogynes et spermaties analogue à celle des Floridées : c'est à cette étude que nous consacrerons nos prochaines recherches.

(¹) M. et Mme F. Moreau, *Les phénomènes de la sexualité chez les Lichens du genre* Solorina (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 793).

EMBRYOGÉNIE. — *Sur quelques données cytologiques relatives aux phénomènes de parthénogenèse naturelle qui se produisent chez le Bombyx du mûrier.* Note de M. A. **Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

S'il est facile, par le simple examen à l'œil nu ou à la loupe, de reconnaître que certains œufs non fécondés de Bombyx du mûrier changent de couleur comme les œufs fécondés et donnent parfois naissance à des larves qui peuvent produire des adultes, il est beaucoup plus difficile de faire l'étude cytologique des phénomènes de parthénogenèse dont il s'agit. En effet, une triple enveloppe (épichorion, chorion et membrane vitelline) entoure l'œuf, lui donne une grande dureté et s'oppose à ce qu'il soit facilement pénétré par les liquides fixateurs, puis débité en coupes minces. Néanmoins l'étude cytologique en question est possible et voici les résultats de mes recherches sur certains points fondamentaux concernant les transformations qui s'opèrent dans l'œuf non fécondé :

1° En examinant des coupes en série faites dans des œufs qui, vers le troisième jour après la ponte, commençaient à virer du jaune au rose, j'ai constaté que le développement embryonnaire était à ce moment parvenu à un stade où la séreuse, l'amnios et la plaque embryonnaire étaient constitués et où le phénomène de la « fragmentation vitelline » s'était produit. Il importe de remarquer que le stade où le changement de couleur commence à se produire n'est pas du tout un stade de début, mais correspond au contraire à un développement déjà avancé. J'ai reconnu aussi, dans les mêmes coupes, que l'apparition de la couleur rose est due à ce que des granulations pigmentées se déposent, à partir de cet instant, dans les cellules de l'enveloppe séreuse, laquelle constitue alors un sac complètement clos, appliqué contre la membrane vitelline. En étudiant des œufs fécondés exactement au même stade, j'ai pu constater qu'il y avait identité avec ce que j'avais vu dans les œufs non fécondés.

2° L'observation de coupes pratiquées dans des œufs non fécondés *n'ayant pas changé de couleur*, mais pondus depuis assez peu de temps pour que la dégénérescence cellulaire que je pensais s'y être produite y fût encore visible, m'a permis d'établir plusieurs faits importants. En premier lieu, je vis que dans tous les œufs examinés il y avait eu une *segmentation intravitelline* semblable à celle qui a lieu dans les œufs fécondés de la plupart des Insectes. Mais j'y constatai aussi que des arrêts de développement plus

ou moins précoces s'y étaient manifestés. Actuellement, je puis en signaler deux catégories, l'une comprenant les cas où quelques cellules de segmentation étaient seules parvenues dans la région périphérique du vitellus, le reste de ces éléments étant en dégénérescence dans sa région centrale; l'autre, où de très nombreuses cellules étaient parvenues à la surface du vitellus, mais y étaient en pleine dégénérescence.

3° En étudiant des coupes faites dans des œufs non fécondés qui avaient conservé leur couleur jaune primitive, mais qui étaient âgés de 10 à 12 jours, j'ai reconnu que la dégénérescence cellulaire y était beaucoup plus accentuée que dans ceux dont il vient d'être question. Cependant, dans beaucoup de cas, les restes de cellules dégénérescentes étaient encore très visibles, soit à la périphérie de l'œuf, soit dans la région centrale du vitellus.

4° Les faits résultant de l'exposé qui précède confirment et étendent les indications que j'ai données dans une Note publiée précédemment (1), à savoir que, dans les œufs de Bombyx qui ne changent pas de coloration, il se produit cependant des phénomènes de développement. L'aptitude à la parthénogenèse, chez le Bombyx du mûrier, correspond donc réellement à une propriété générale de l'élément reproducteur femelle et non à une propriété qui serait seulement l'apanage des œufs qui changent de couleur après la ponte.

Il est intéressant aussi de rapprocher le développement très incomplet qui se produit dans les œufs de Bombyx, qui restent jaunes après la ponte, de celui que j'ai décrit avec détail chez les Oiseaux (Poule, Paon, Faisan, Tourterelle) sous le nom de *parthénogenèse naturelle rudimentaire*. En particulier, les stades les plus précoces de dégénérescence que j'ai vus chez le Bombyx, et qui ne correspondent qu'à une segmentation arrêtée de très bonne heure, me semblent tout à fait comparables aux rudiments de développements qui s'observent chez les Oiseaux.

BACTÉRIOLOGIE. — *Le bacille de la tuberculose associé à un* Oospora. Note de M. A. Sartory, présentée par M. Guignard.

Le 3 octobre 1917, on nous adressait, pour analyse, les crachats d'un homme âgé de 53 ans et exerçant la profession de menuisier. A l'envoi était

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 192.

jointe une note nous indiquant que le sujet présentait tous les symptômes cliniques d'une tuberculose à la deuxième période.

L'examen bactériologique nous révéla immédiatement la présence d'un *bacille acido-résistant*, que les caractères culturaux, botaniques et biologiques, ainsi que l'inoculation, nous firent reconnaître comme étant le bacille tuberculeux. Toutefois, un détail retint notre attention : c'est que, aux bacilles de dimensions normales, se mêlaient des bâtonnets de longueur plus grande, souvent pourvus de ramifications latérales, terminées elles-mêmes par un branchement dichotomique. Ces éléments filamenteux ne se distinguaient pas autrement, au premier examen, du bacille de Koch, car, comme lui, ils étaient acido-résistants et présentaient, à leur intérieur, des granulations caractéristiques. Toutefois, nous pensâmes qu'un organisme vivait conjointement au bacille tuberculeux et, pour confirmer notre hypothèse, nous entreprîmes la séparation de ces deux organismes en les ensemençant sur différents milieux, afin d'en trouver un qui fût électif pour un seul d'entre eux. Sur pomme de terre glycérinée, nous n'obtînmes que des cultures de bacille tuberculeux; aucune colonie, composée de filaments plus ou moins ramifiés, n'apparut. Par contre, des ensemencements effectués sur différents milieux liquides additionnés de maltose donnèrent naissance à des filaments mycéliens assez longs, pourvus de multiples ramifications. Ces filaments furent alors isolés, en boîtes de Pétri, sur milieu de Sabouraud : les cultures pures, ainsi obtenues, nous révélèrent l'existence d'un champignon du genre *Oospora*, présentant les mêmes caractères que celui que nous avons précédemment décrit [1].

Comme le bacille tuberculeux, cet organisme est acido-résistant; toutefois, cette propriété disparaît après trois ou quatre repiquages successifs. En outre, l'examen morphologique des filaments décèle, à leur intérieur, l'existence de granulations analogues à celles du bacille de Koch. Toutefois, alors que ce dernier est très pathogène pour le cobaye, l'*Oospora* que nous avons isolé s'est montré non pathogène pour le lapin et le cobaye. Le mélange des deux microorganismes ne paraît pas avoir une virulence plus considérable que celle du bacille tuberculeux pris isolément.

Ce premier examen permettait donc d'assigner aux deux microorganismes les caractères suivants :

---

[1] A. Sartory, *Étude d'un* Oospora *acido-résistant* (*Arch. de Méd. et de Pharm. militaires*, juin 1916).

Bacille de Koch.	*Oospora.*
Présence de granulations.	Présence de granulations.
Acido-résistance permanente.	Acido-résistance temporaire, disparaissant au bout de trois à quatre repiquages.
Très pathogène pour le cobaye.	Non pathogène pour le cobaye et le lapin.

Nous avons entrepris ensuite une étude systématique de l'*Oospora* ainsi isolé.

Les crachats qui renferment ce parasite sont visqueux, d'un blanc verdâtre et présentent une odeur fétide. C'est principalement dans les parties vertes qu'on rencontre l'association bacille tuberculeux *Oospora*.

La coloration des frottis, effectués avec une mince portion du crachat, peut se faire indifféremment soit par la fuchsine phéniquée de Ziehl, soit par le violet de gentiane, qu'on laisse agir environ 2 minutes. On met en contact avec la solution de Gram pendant également 2 minutes et l'on décolore à froid par l'alcool-acétone. Les colorations ainsi obtenues sont généralement très belles et montrent uniquement, sur un fond décoloré, les organismes prenant le Gram.

Isolement du parasite. — Le parasite a été isolé par la méthode des plaques sur milieu maltosé gélatino-gélosé; mais, pour en mieux connaître les caractères, nous en avons fait une culture en goutte pendante dans du bouillon maltosé à + 37° C.

Cet *Oospora* se présente sous forme de filaments mycéliens assez tortueux, très ramifiés, d'une longueur pouvant atteindre 2^{mm} et d'une largeur variant entre $0^{\mu},4$ et $0^{\mu},5$. Ces filaments sont immobiles; ils portent, latéralement, des ramifications, distribuées régulièrement, présentant parfois une massue terminale, ou bien se ramifiant à leur tour pour donner deux ou trois renflements extrêmes. On ne rencontre pas de formes pectinées, pas plus que de spiralées, ni en cornes de cerf. Dans les cultures âgées de 8 à 10 jours, on peut trouver des filaments portant, sur leur trajet, quelques chlamydospores. Les appareils conidiens sont les mêmes que ceux des autres *Oospora;* les conidies qui les composent mesurent $0^{\mu},6$ en moyenne.

La culture de cet *Oospora* est assez difficile; nous n'avons jamais obtenu de résultats en ensemençant sur pomme de terre simple, pomme de terre glycérinée, pomme de terre acide, Raulin gélatiné, Raulin gélosé, artichaut, banane. Sur bouillon saccharosé, nous avons obtenu une légère culture et une, un peu meilleure, sur bouillon maltosé. Le milieu de Sabouraud donne d'assez bons résultats.

Sur gélose maltosée gélatinée, ou sur milieu de Sabouraud, les colonies apparaissent, à + 37° C., au bout de 4 à 5 jours, sous forme de petits points grisâtres, mats, à bords réguliers, mesurant de $0^{mm},5$ à 1^{mm} de circonférence. Le huitième jour ces colonies deviennent plus épaisses, sans cependant s'élargir beaucoup; elles cessent de grandir vers le quinzième jour.

Sur bouillon maltosé, l'*Oospora* pousse en 36 heures. Les filaments qu'il donne alors sont longs, très fins, de grandeur inégale, présentant, au début, peu de ramifications.

Au bout de 7 à 8 jours, une fragmentation se produit chez ces filaments qui prennent alors la forme bacillaire. Cette dislocation a lieu également en milieu solide; c'est grâce à elle que peut s'établir une confusion entre le bacille de Koch et l'*Oospora* que nous venons de décrire.

La température qui paraît le mieux convenir au développement de ce dernier est comprise entre 34° et 36° C.

En somme, nous avons pu isoler dans un crachat, à côté du bacille tuberculeux typique, un *Oospora* présentant avec ce dernier une communauté de caractères telle qu'une confusion pourrait être possible entre ces deux microorganismes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches biochimiques sur le* Proteus vulgaris *Hauser. Comparaison des propriétés d'une race pathogène et d'une race saprophyte.* Note [1] de M. F.-G. **Valle Miranda**, présentée par M. Roux.

A la suite des recherches de Metchnikoff sur le choléra infantile il était intéressant de préciser si les *Proteus* qui paraissent intervenir dans certaines gastro-entérites des nourrissons étaient identiques aux *Proteus* qui sont si répandus dans la nature. Les travaux de Metchnikoff, de Cantù et de A. Berthelot [2] semblaient bien montrer qu'il en est ainsi; mais comme ces auteurs, pour diverses raisons, n'ont étudié qu'au point de vue qualitatif les caractères biochimiques des microbes dont ils disposaient, je me suis efforcé de déterminer et de comparer à l'aide de méthodes pondérales les propriétés biochimiques d'un *Proteus* isolé par M. Metchnikoff dans un cas de gastro-entérite aiguë infantile et d'un autre que j'avais trouvé dans de la viande en putréfaction.

De plus, en raison de la variabilité particulière du *Proteus vulgaris*, j'ai fait subir à ces deux races originelles des passages croisés par l'organisme du cobaye et sur viande stérilisée, puis examiné avec les mêmes précautions le chimisme des nouvelles races dérivées du germe saprophyte et du microbe pathogène.

Avant d'aborder les déterminations pondérales j'ai étudié les deux

---

(1) Séance du 21 janvier 1918.

(2) E. Metchnikoff, *Bactériologie du choléra infantile des nourrissons* (*Ann. de l'Institut Pasteur*, février 1914). — Ch. Cantu, Le *Bacillus Proteus* (*Ibid.*, novembre 1911). — Albert Berthelot, *Recherches sur le* Proteus vulgaris (*Ibid.*, novembre-décembre 1914, nos 9, 10, 11, 12).

microbes types avec les méthodes bactériologiques usuelles; j'ai constaté qu'ils ne présentaient pas de différences morphologiques, physiologiques ou biologiques importantes et que leurs caractères correspondaient bien à ceux qui, dans l'état actuel de nos connaissances, sont généralement attribués à l'espèce *Proteus vulgaris* Hauser.

L'étude qualitative de leur action sur les hydrates de carbone m'a permis d'établir que les deux races originelles attaquaient plus ou moins activement le glucose, le lévulose, le galactose, le saccharose et la glycérine. Le *Proteus* saprophyte seul attaquait le maltose.

Toujours, en opérant quantitativement, j'ai observé que les deux races consommaient la gélatine mise à leur disposition; mais, tandis que le germe pathogène en détruisait 84 pour 100, le germe saprophyte n'attaquait que 0,59 de cette source d'azote et de carbone. Cette différence considérable n'est pas surprenante en raison de la variabilité très grande du pouvoir protéolytique des microbes.

Au point de vue de leur action sur les acides aminés j'ai constaté que les deux microbes attaquaient presque également l'acide aspartique, mais seul le *Proteus* pathogène faisait disparaître une faible proportion de l'alanine qui lui avait été donnée comme aliment azoté.

Enfin, les deux germes attaquaient le tryptophane; mais, tandis que le *Proteus* saprophyte poussait la désintégration de la molécule aminée jusqu'à l'indol, le *Proteus* pathogène n'allait que jusqu'au stade acide indol-3-acétique.

Sous l'influence de deux passages croisés par le cobaye et la viande stérilisée, les propriétés biochimiques de mes deux races primitives se sont dans l'ensemble plus ou moins modifiées.

La propriété d'attaquer le maltose est apparue dans les races dérivées du germe pathogène. La variabilité du pouvoir protéolytique s'est traduite par une augmentation fort nette pour les races dérivées du microbe saprophyte, mais les résultats fournis par les races provenant du germe pathogène ont été discordants.

Les passages ont fait apparaître dans les dérivés de la race saprophyte le pouvoir d'attaquer l'α-alanine et l'a fait disparaître pour les descendants de la race pathogène. Par contre, le pouvoir acidaminolytique vis-à-vis de l'acide aspartique s'est trouvé nettement augmenté pour toutes les nouvelles races.

L'influence des passages sur la faculté d'attaquer le tryptophane a été légère; elle a notamment été impuissante à rendre apparent le faible

pouvoir indologène du *Proteus* pathogène que j'ai observé, dans certaines conditions, dans des cultures obtenues avec des milieux contenant comme seule source de carbone et d'azote une quantité de tryptophane beaucoup plus grande que celle que j'ai employée pour les milieux utilisés dans mes recherches quantitatives.

Le Tableau suivant permet d'ailleurs de se rendre compte de toutes ces variations. Les lettres M, M_1 et M_2 y correspondent au *Proteus* pathogène et aux races nouvelles résultant des passages; la variété saprophyte et ses dérivés sont figurés par les lettres V, V_1 et V_2.

	Quantités consommées (pour 100).					
	V.	V_1.	V_2.	M.	M_1.	M_2.
Glucose	98,6	64,8	70,2	98,9	76,7	74,2
Lévulose	47,6	54,5	51,3	72,8	61,7	52,2
Galactose	98,9	87,2	94,6	94,4	96,7	95,0
Saccharose	81,6	92,6	90,7	66,8	62,0	68,1
Lactose	3,1	10,5	14,8	7,4	12,6	14,8
Maltose	68,1	66,1	63,3	0,0	11,6	6,8
Glycérine	26,0	0,0	10,3	49,1	16,0	18,5
Gélatine	0,59	29,7	4,4	84,0	42,4	87,7
Alanine	0,0	6,1	9,6	6,0	0,0	0,0
Acide aspartique	6,0	29,6	13,6	8,3	17,1	12,5
Tryptophane transformé en indol et acide indolacétique	66,3	74,06	64,3	46,6	36,3	48,4
Tryptophane transformé en indol	53,7	66,2	53,1	0,0	0,0	0,0
Tryptophane transformé en acide indolacétique	12,6	7,86	11,2	46,6	36,3	48,4

D'autre part, mes dosages m'ont permis de donner une nouvelle preuve de la nécessité de ne tenir compte que des résultats obtenus par les méthodes quantitatives, quand on veut rechercher l'existence éventuelle de caractères différentiels suffisants pour la distinction de deux espèces microbiennes.

En effet, en opérant comme la majorité des bactériologistes (et même avec des précautions que n'observent qu'un petit nombre d'entre eux), seul le *Proteus* pathogène rendait acides les milieux contenant du lévulose, tandis que les analyses montraient que ce sucre était attaqué par les deux microbes. Les cultures en eau peptonée maltosée ne devenaient acides qu'avec le germe saprophyte; les dosages avaient tout d'abord confirmé ce résultat qui s'est trouvé infirmé par les analyses des cultures du *Proteus* pathogène modifié par les passages. Enfin le lactose qui, qualitativement,

semblait inattaqué par les deux races est cependant utilisé par elles, ainsi que l'ont établi les déterminations pondérales.

En résumé, il résulte de mes recherches que, malgré leur diversité d'origine, les deux *Proteus* que j'ai étudiés constituaient deux races de *Proteus vulgaris* et non deux espèces distinctes; les résultats de mes analyses ont d'ailleurs été confirmés par l'étude de l'agglutination croisée à l'aide du sérum d'animaux immunisés.

Ainsi que le pensait Metchnikoff et comme le montrent les déterminations qualitatives des auteurs qui m'ont précédé, les *Proteus* pathogènes sont donc identiques aux saprophytes et les faibles différences que présentent les diverses races résultent simplement de l'influence plus ou moins prolongée des conditions diverses de milieu.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Ptomaïnes et plaies de guerre*. Note (¹) de M. **Albert Berthelot**, présentée par M. E. Roux.

Un grand nombre des germes qui infectent les plaies de guerre étant d'origine fécale, on peut se demander si quelques-uns des phénomènes biochimiques observés dans les études sur les associations microbiennes de la flore intestinale ne participent point, *parfois*, à la genèse des accidents d'auto-intoxication qui aggravent l'état de *certains* grands blessés. Comme il serait très difficile de vérifier directement le bien-fondé de cette hypothèse, j'ai cherché à établir que des ptomaïnes toxiques peuvent se former par l'action, sur le sang, de microbes protéolytiques et acidaminolytiques susceptibles de se trouver associés dans les plaies de guerre. L'expérience suivante plaide bien, il me semble, en faveur de cette idée.

J'ai ensemencé du sang de lapin défibriné avec du *Bacillus sporogenes* et du *Bacillus histolyticus* et j'ai maintenu à 37° mes cultures strictement anaérobies. Au bout de cinq jours j'ai prélevé aseptiquement de chacune d'elles quelques centimètres cubes dans lesquels j'ai recherché l'histidine et l'amine qui en dérive. Pour cela, j'ai coagulé par la chaleur les protéines non transformées, épuisé le coagulum par l'eau bouillante, déféqué par le tannin, enlevé l'excès de ce réactif à l'aide de la gélatine, additionné la liqueur ainsi traitée d'une solution aqueuse d'acide phosphotungstique (en présence d'acide sulfurique), puis soumis le précipité obtenu aux traitements usuels qui conduisent à la séparation des composés du groupe de l'histidine.

(¹) Séance du 21 janvier 1918.

Dans ces conditions, j'ai constaté la présence de quantités notables d'histidine dans les deux cultures, mais en proportion beaucoup plus grande avec le *B. sporogenes*. Par contre, je n'ai pu déceler la moindre trace d'imidazoléthylamine, tant dans l'une que dans l'autre.

Ces deux points étant établis, j'ai transvasé aseptiquement le reste de mes cultures dans deux fioles coniques stériles et je les ai ensemencées largement avec des corps microbiens d'un bacille aérobie décarboxylant, isolé de matières fécales humaines et voisin du *B. aminophilus* que j'ai précédemment décrit avec mon regretté collègue Dominique Bertrand [1]. Après avoir laissé 48 heures à 37° les deux cultures, j'ai répété avec leur totalité les opérations énumérées plus haut; elles m'ont permis d'établir la formation d'imidazoléthylamine que j'ai caractérisée par son picrate, ses réactions colorées et surtout son action toxique particulière pour le cobaye.

Ces faits observés *in vitro* rendent très admissible la possibilité de la formation d'amines toxiques dans certaines plaies infectées à la fois par des germes protéolytiques et des microbes acidaminolytiques vrais. Or, ces derniers sont nombreux parmi les constituants habituels de la flore intestinale, surtout dans les groupes du *B. coli*, de *B. lactis aerogenes*, ou du Pneumobacille, et, si on les recherchait méthodiquement, à l'aide de milieux électifs convenables, on les trouverait sans doute souvent à côté des germes connus pour leur rôle dans l'étiologie de la gangrène gazeuse. Il est probable même que certains aérobies et anaérobies facultatifs isolés fréquemment des plaies de guerre possèdent le pouvoir de décarboxyler les aminoïques, en cultures pures, et qu'il resterait simplement, après constatation de cette propriété, à établir si elle se manifeste encore, en présence d'autres microbes, dans des conditions de milieu voisines de celles des plaies.

Quoi qu'il en soit, je pense qu'il serait utile d'examiner systématiquement la flore des plaies de guerre au point de vue que je viens d'indiquer, surtout chez les blessés présentant de la gangrène ou d'intenses signes généraux d'auto-intoxication. Pour commencer, il suffirait de ne rechercher que les microbes capables de décarboxyler l'histidine et, par conséquent, de produire de la β-imidazoléthylamine. Facile à déceler, plus toxique et se formant bien plus aisément que beaucoup d'autres, au moins en cultures pures, cette ptomaïne présente un intérêt spécial relativement à l'évolution des plaies de guerre et à leur retentissement sur l'état général des blessés. Les travaux de Dale et Laidlaw ont établi, en effet, qu'injectée sous la peau ou dans les veines des singes et des carnivores, elle détermine de la vaso-

---

[1] Albert Berthelot et D.-M. Bertrand, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1826.

constriction périphérique, une vaso-dilatation générale, une chute de la pression sanguine et un abaissement de la température [1].

En raison de ces propriétés, il ne serait pas surprenant qu'elle jouât un rôle tout particulier dans la genèse des phénomènes d'auto-intoxication qui compliquent certaines blessures graves.

D'autre part, dans le cas d'une confirmation de mon hypothèse, il y aurait lieu d'examiner si la présence, dans les plaies, d'amines douées d'un puissant pouvoir vaso-constricteur sur les artérioles périphériques, n'entraîne pas des modifications circulatoires locales, susceptibles de favoriser l'apparition des phénomènes gangréneux.

Si des ptomaïnes se forment dans les plaies, il est probable, pour de multiples raisons, que l'imidazoléthylamine doit y être prépondérante et qu'il n'y a pas lieu de compter sur l'action antagoniste et compensatrice de quelques autres amines. D'ailleurs, dans l'ensemble, ces ptomaïnes ne peuvent avoir qu'un effet nuisible. Je ne veux pas dire que les amines résultant de la décarboxylation des aminoïques, libérés dans les plaies par les protéases microbiennes et leucocytaires, interviennent dans tous les cas. Il est possible même que leur rôle soit de peu d'importance relativement à celui des toxines vraies, mais je crois cependant qu'il serait bon d'en tenir compte.

L'étude de cette question tentera peut-être quelques-uns des spécialistes qui sont à même d'examiner de nombreux blessés; s'ils veulent bien, au moins au début, s'en tenir à la recherche des acidaminolytiques vrais capables de produire de l'imidazoléthylamine, ils n'auront qu'à utiliser, avec des milieux à l'histidine [2], la méthode élective d'isolement que j'ai publiée en 1911 et dont j'ai précisé récemment la technique [3].

---

(1) Dale et Laidlaw, *Journ. of Physiology*, t. 41, 1910, p. 318. — Consulter également A. Berthelot et D.-M. Bertrand, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 360.

(2) Cette méthode ne convient pas aux plaies infectées par le Bacille pyocyanique, pour lesquelles la recherche des acidaminolytiques doit se faire sur les germes isolés par les procédés usuels.

(3) Albert Berthelot, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 306; *Presse médicale*, n° 44, 6 août 1917.

CHIMIE ALIMENTAIRE. — *Les matières azotées solubles comme indice de la valeur boulangère des farines.* Note [1] de MM. **Rousseaux** et **Sirot**, présentée par M. Schlœsing fils.

A la séance du 3 mars 1913, nous avons communiqué une Note où nous avons montré qu'on pouvait, dans une sensible mesure, se fonder sur le rapport des matières azotées totales aux matières azotées solubles à l'eau pour apprécier la valeur boulangère des farines.

Nous avons poursuivi notre travail sur des échantillons variés (en envisageant, non plus précisément ce rapport, mais le rapport inverse qui nous paraît préférable).

I. Farines normales. — 1° *Farines à taux d'extraction inférieur à 70 pour* 100. — La proportion des matières azotées solubles a été trouvée au voisinage de 17,0 pour 100 de matières azotées totales, avec un minimum de 16,1 et un maximum de 19,0.

2° *Farines à taux d'extraction supérieur à 70 pour* 100. — Le taux d'extraction influe sur la proportion des matières azotées solubles, la partie externe du grain étant moins riche en matières azotées solubles. Déterminée dans sept lots d'une même mouture à cylindres, cette proportion a été :

Premier et deuxième passages	16,9
Troisième passage	16,7
Quatrième passage	16,3
Cinquième passage	15,8
Troisième convertisseur, 1er tour	15,6
» 2e tour	14,7
Farine de sons	14,7

Nous avons toujours trouvé, pour une même farine, une proportion de matières azotées solubles d'autant moins élevée que le taux d'extraction l'était davantage. Les chiffres voisins de 16,6 à 18,1 sont ceux entre lesquels cette proportion a varié pour correspondre à la meilleure panification.

3° *Farines américaines.* — Plusieurs farines américaines extrêmement riches en gluten, véritables « farines de forces » impossibles à travailler à bras, ont une proportion d'azote soluble de 12,5 à 12,8. L'addition de

(1) Séance du 21 janvier 1918.

telles farines améliore les farines indigènes qui *relâchent* et dont la proportion de l'azote soluble à l'azote total est élevée ; elle abaisse cette proportion et la rapproche de la normale.

II. Farines anormales (ayant présenté des inconvénients à la panification). — La proportion de l'azote soluble est supérieure à 20 pour 100, le plus souvent voisine de 22,2; elle s'est même élevée à 62,5 dans une farine restée très longtemps en magasin.

III. Farines diverses. — En raison de l'importance que prennent les succédanés du blé, il nous a paru intéressant d'en examiner quelques-uns.

Maïs. — La farine de maïs, qui se panifie à peu près normalement, a donné 18,1 et 18,5.

Seigle. — Pour trois échantillons, on a trouvé 22,7, 22,2, 22,7. Un mélange à 15 pour 100 avec de la farine de blé accuse 17,7 et se panifie encore bien.

Fève. — Pour la farine de fève, nous avons obtenu 12,1. Son addition, depuis longtemps pratiquée, à la farine de blé agit pour donner de la *force;* elle n'est admise (1) que dans la proportion de 4 pour 100 au maximum, ce qui n'abaisse le rapport que de 0,1 environ. Dans une farine contenant beaucoup d'azote soluble et se panifiant mal, cette proportion de 4 pour 100 est insuffisante. Elle pourrait sans doute être augmentée ; le haut prix de la fève exclurait les abus.

Orge. — La farine d'orge accuse également une proportion voisine de 12,1. Son addition à la farine de blé doit se faire à raison de 40 pour 100 au maximum pour que la panification reste à peu près normale; la proportion de l'azote soluble est alors de 15,1 environ.

Riz. — Les matières azotées y sont nettement moins solubles. Deux échantillons normaux ont donné 4,27 et 4,20. Un autre (sorte de semoule) a même eu 2,5. Un échantillon à goût de moisi n'accusait que 5,7, malgré son ancienneté.

Le mélange de la farine de riz à la farine de blé entraîne, lors de la panification, l'insuffisance de cohésion de la pâte. Un ouvrier exercé décèle au travail la présence de 5 pour 100 de riz dans une farine. Avec 10 pour 100 de riz, l'addition devient évidente (2); la proportion de l'azote soluble est alors inférieure à 13,3 pour 100 et nous avons toujours constaté des inconvénients très nets quand elle est aussi faible.

Le riz est sensiblement moins riche en matière azotée que le blé; mais son défaut

---

(1) Instructions du *Service de la répression des fraudes*, s'appuyant sur un arrêt de la Cour de Cassation de 1854.

(2) Lindet, Arpin, Dumée, *Annales des Falsifications*, 1915, p. 240. — Lindet et Eug. Roux, *Ibid.*, 1915, p. 266.

de plasticité tient moins à la pauvreté relative en azote total qu'au rapport entre l'azote soluble et l'azote total, rapport qui représente une sorte de coefficient de plasticité.

On voit qu'il peut y avoir avantage à mélanger diverses farines avec celle de blé, de façon à amender la proportion d'azote soluble.

Emploi de l'eau de chaux. — On améliorerait la panification par l'emploi de l'eau saturée de chaux, d'après MM. Lapicque et Legendre (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 318). Quoi qu'il en soit, des essais nous ont montré que l'eau de chaux a une action solubilisante sur la matière azotée et qu'elle agit en rapprochant de la normale la proportion des matières azotées solubles dans les farines à taux d'extraction élevé.

En résumé, l'existence d'un certain taux d'azote soluble dans les farines correspond d'ordinaire à une bonne absorption de l'eau et, par suite, à une bonne plasticité de la pâte, qui en est une des principales qualités. Il semble que la proportion la plus favorable de l'azote soluble par rapport à l'azote total est voisine de 16 à 17 pour 100. Si elle s'abaisse ou s'élève trop, la farine *relâche* et devient de mauvaise qualité boulangère. Si, en outre, l'azote total s'élève beaucoup, la farine se travaille très difficilement.

Le rapport de l'azote soluble à l'azote total, qui a l'avantage d'être d'une détermination facile et rapide, peut donc présenter un intérêt pratique pour l'appréciation de la valeur boulangère des farines, non comme critérium absolu, mais comme renseignement utile, notamment lorsque d'autres caractères analytiques sont en défaut.

A 16 heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 21 janvier 1918.)

Note de M. *A. de Gramont*, Recherches sur le spectre de lignes du titane et sur ses applications :

Page 98, ligne 29, *au lieu de* vibrant au contraire parallèlement, *lire* vibrant au contraire perpendiculairement.

Page 99, ligne 16, *au lieu de* d'œuvres, *lire* d'œuvre.